

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

В. Ф. Соломіна

В. В. Петухов

ЕЛЕКТРИКА. МАГНЕТИЗМ

Посібник
до практичних занять та самостійної роботи

Затверджено
на засіданні вченої ради
Протокол №..... від 2010

Краматорськ 2010

УДК 22.33
ББК 53
С 60

Рецензенти:

Надточий В.А., д-р фіз.-мат. наук, завідувач кафедри фізики СДПУ;
Чальцева І.В., доц. кафедри прикладної математики та
обчислювальної техніки КЕГІ

Соломіна, В. Ф.

С 60 Фізика. Електрика. Магнетизм : навчальний посібник до практичних
занять та самостійної роботи / В. Ф. Соломіна, В. В. Петухов. –
Краматорськ : ДДМА, 2010. – 116 с.
ISBN

У посібнику наведені стислі теоретичні відомості, методичні вказівки до
застосування теоретичного матеріалу при розв'язуванні задач та контрольні
питання з розділів «Електрика» і «Магнетизм» для студентів денного відділення
інженерно-технічних спеціальностей технічного вузу.

УДК 22.33
ББК 53

ISBN

© В. Ф. Соломіна,
В. В. Петухов, 2010
© ДДМА, 2010

Вступ	3
3 ЕЛЕКТРИКА	5
3.1 Електростатика.....	5
3.1.1 Основні поняття та формули.....	5
3.1.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач	11
3.1.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язування	35
3.1.4 Контрольні запитання	42
3.2 Постійний електричний струм.....	43
3.2.1 Основні поняття та формули	43
3.2.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач.....	48
3.2.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язування	52
3.2.4 Контрольні запитання	56
4 МАГНЕТИЗМ.....	57
4.1 Магнітне поле постійного струму	57
4.1.1 Основні поняття та формули	57
4.1.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач	61
4.1.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язування	67
4.1.4 Контрольні запитання	72
4.2 Дія магнітного поля на провідники зі струмом і рухомі заряди.....	73
4.2.1 Основні поняття і формули	73
4.2.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач.....	76
4.2.3 Задачі на закріплення теорії та навичок їх розв'язання	89
4.2.4 Контрольні запитання	91
4.3 Робота переміщення провідника з струмом у магнітному полі. Електромагнітна індукція. Індуктивність... ..	92
4.3.1 Основні поняття і формули	92
4.3.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач.....	102
4.3.3 Задачі на закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язання	106
4.3.4 Контрольні запитання	106
Список рекомендованої літератури	107
Додаток А. Таблиці фізичних величин	109

Вступ

Мета даного методичного посібника – допомогти студентам технічного вузу очної форми навчання придбати теоретичні знання за розділом «Електрика і магнетизм», а також застосовувати їх в конкретних випадках при розв’язанні задач. Як показує досвід, розв’язання задач викликає труднощі, бо необхідно уміти застосовувати теоретичні знання при розгляді задачі, знати спеціальні методи, прийоми, які є загальними для розв’язання певних груп задач, необхідно мати здібність аналітично мислити.

У посібнику подано два розділи фізики: «Електрика» та «Магнетизм». Він є другою частиною навчального посібника до практичних занять і самостійної роботи з дисципліни «Фізика» для студентів усіх спеціальностей технічного вузу. До кожної теми надано основні поняття та формули, загальні методичні вказівки до розв’язання задач, аналіз і приклади розв’язання задач різного типу, а також задачі для самостійної роботи з надбання і закріплення навичок розв’язування студентами фізичних задач. Наведені контрольні запитання для перевірки теоретичного матеріалу і підготовки до тестового модульного контролю.

3 ЕЛЕКТРИКА

3.1 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

3.1.1 Основні поняття та формули

Розділ електродинаміки, в якому вивчаються закони електростатичного поля нерухомих точкових зарядів, називається електростатикою.

Електричний заряд – це скалярна фізична величина, що є мірою електромагнітної взаємодії.

У будь-якій ізольованій системі виконується закон збереження заряду: алгебраїчна сума зарядів залишається незмінною незалежно від тих процесів, які відбуваються в цій системі.

Закон Кулона визначає силу взаємодії між нерухомими точковими зарядами:

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}.$$

Сила Кулона прикладена до заряду і напрямлена вздовж прямої, що з'єднує заряди (рис. 3.1).

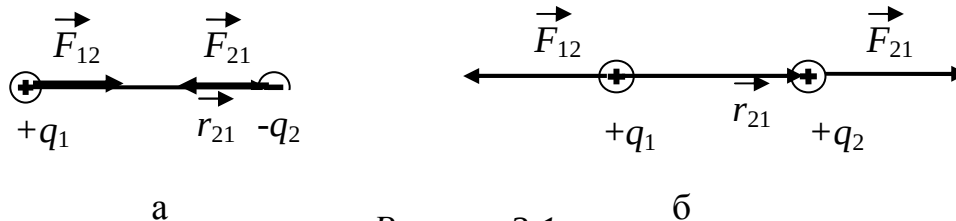


Рисунок 3.1

Величина сили визначається за формулою

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

де F – сила взаємодії нерухомих точкових зарядів q_1 і q_2 ;

r – відстань між зарядами;

ϵ – відносна діелектрична проникність;

$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м – електрична постійна.

Електричне поле – це специфічний вид матерії, який існує навколо електричних зарядів і за допомогою якого передається електрична взаємодія.

Напруженість електричного поля – силова характеристика електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє на заряд, внесений до даної точки поля;
 q – величина заряду.

Потенціал – енергетична характеристика поля – скалярна фізична величина, що дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду, поміщеного в дану точку поля.

$$\varphi = \frac{W_n}{q},$$

де W_n – потенціальна енергія точкового позитивного заряду q , що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенціальна енергія заряду, віддаленого в нескінченність, дорівнює нулю);

q - величина заряду.

Сила, що діє на точковий заряд, який знаходиться в електричному полі, і потенціальна енергія цього заряду відповідно дорівнюють:

$$F = q \cdot E; \quad \Pi = q \cdot \varphi.$$

Якщо поле створене системою N нерухомих зарядів, то результуюча сила, яка діє на пробний заряд зі сторони системи зарядів, дорівнює векторній сумі сил, з якими окремі заряди діють на пробний заряд:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Принцип незалежності дії електричних полів або принцип суперпозиції полів: напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів зокрема:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

Потенціал поля системи зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, які створював би кожний із зарядів зокрема:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n,$$

де враховується знак заряду: негативні заряди створюють від'ємний потенціал, а позитивні – додатний.

Напруженість і потенціал поля точкового заряду q у вакуумі на відстані r від заряду:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Якщо заряд рівномірно був розподілений уздовж лінії з лінійною густиною τ , то на лінії виділяється досить мала ділянка довжиною dl із зарядом $dQ = \tau dl$. Такий заряд можна розглядати як точковий, що створює елементарну напруженість і елементарний потенціал:

$$d\vec{A} = \frac{\tau dl}{4\epsilon_0 \epsilon \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$$

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\epsilon_0 \epsilon \cdot r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, напрямлений від виділеного елемента dl до точки, в якій обчислюється напруженість.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів, напруженість E і потенціал φ поля, яке створене розподіленими зарядами, визначаються інтегруванням:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \int_{(L)} \frac{dl}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \int_{(L)} \frac{dl}{r},$$

де інтегрування ведеться уздовж усієї довжини L зарядженої лінії.

Значно простіший метод розрахунку полів, створених розподіленими зарядами, ґрунтується на використанні теореми Остроградського – Гаусса:

Потік вектора напруженості у вакуумі через довільну замкнену поверхню, яка охоплює електричні заряди, дорівнює алгебраїчній сумі цих зарядів, поділених на електричну сталу ϵ_0 :

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Елементарним потоком вектора напруженості електричного поля називають величину, що дорівнює скалярному добутку вектора напруженості та площі елементарної поверхні:

$$d\Phi = (\vec{E}d\vec{S}) = E_n dS = E \cos\varphi \cdot dS,$$

де E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на напрямок вектора нормалі,

$d\vec{S} = dS\vec{n}$ – елементарна площа поверхні.

Повний потік вектора напруженості через довільну поверхню S дорівнює

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS.$$

Розподіл зарядів характеризується:

– лінійною густиною заряду

$$\tau = \frac{q}{l},$$

– поверхневою густиною заряду

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

– об'ємною густиною заряду

$$\rho = \frac{q}{V}.$$

Напруженість поля, яке створене провідною зарядженою сферою радіусом R на відстані r від центра сфери:

а) $E=0$; (при $r < R$);

б) $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}$; (при $r=R$);

в) $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$; (при $r > R$),

де q – заряд сфери.

Напруженість поля, яке створюється нескінченною прямою рівномірно зарядженою лінією або нескінченно довгим циліндром,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r},$$

де τ - лінійна густина заряду;

r – відстань від нитки або осі циліндра до точки, в якій визначається напруженість поля.

Напруженість поля нескінченної рівномірно зарядженої площини

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Зв'язок потенціалу з напруженістю:

а) у загальному випадку

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \vec{A} = -(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z});$$

б) у разі однорідного поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d};$$

в) у разі поля, що має центральну або осьову симетрію

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Електричний момент диполя

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

де q – заряд;

$\vec{l}$ – плече диполя (векторна величина, напрямом від негативного заряду до позитивного і чисельно дорівнює відстані між зарядами).

Робота сил поля з переміщення заряду q з точки поля 1 в точку 2 дорівнює:

$$A_{12} = \int_1^2 (\vec{F} d\vec{l}) = \int_1^2 q(\vec{E} d\vec{l}).$$

Робота сил поля з переміщення заряду q від точки поля з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2 :

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \int_1^2 (\vec{E} d\vec{l}).$$

Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж замкненого контура дорівнює нулю:

$$\oint_S (\vec{E} d\vec{l}) = 0.$$

Електростатична ємність провідника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

де φ – потенціал провідника (за умови, що в нескінченності потенціал провідника приймається за нуль).

Електроємність конденсатора

$$C = \frac{q}{U},$$

де U – різниця потенціалів на пластинах конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

де S – площа пластини конденсатора;

d – відстань між пластинами.

Електроємність батареї конденсаторів:

а) при послідовному з'єднанні

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i};$$

б) при паралельному з'єднанні

$$C = \sum_{i=1}^N C_i,$$

де N – кількість конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

Об'ємна густина енергії електричного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}.$$

3.1.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач

При розв'язанні задач на знаходження напруженості електричного поля при заданому розподіленні зарядів, що створюють це поле, розглядаються наступні випадки:

1) поле, утворене одним або кількома нерухомими точковими зарядами, розраховується, застосовуючи формули напруженості точкового заряду та принцип суперпозиції електричних полів;

2) поле, створене зарядами, які не є точковими, але розподілені рівномірно по сферичних, циліндричних або плоских поверхнях, розраховується за допомогою теореми Гаусса або формул, що виведені для цих поверхонь. Нескінченно довгим циліндром можна вважати будь-який реальний циліндр для таких точок, відстань від яких до осі циліндра значно менша, ніж до його кінців;

3) якщо заряджене тіло не є ні сферою, ні нескінченним циліндром, ні нескінченною площиною, тоді для визначення напруженості електричного поля необхідно поділити тіло на нескінченно малі елементи, заряд на яких dq_i можна вважати точковим, знайти за формулою напруженості електричного поля точкового заряду напруженість $d\vec{E}_i$, створену в цій точці кожним елементом, а потім знайти суму всіх елементарних напруженостей.

При цьому треба враховувати напрямки векторів, що додаються:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}_i.$$

Якщо вони співнаправлені, то геометричне додавання можна замінити арифметичним. Тоді одержимо

$$E = \int dE,$$

де інтегрування проводиться за повним об'ємом зарядженого тіла (або відповідно за всією площею зарядженої поверхні, за всією довжиною зарядженої нитки).

Якщо вектори $d\vec{E}_i$ мають різні напрямки, то спочатку треба виявити, чи не має поле зарядженого тіла осової симетрії. У випадку наявності

осьової симетрії і точки, яка знаходиться на осі симетрії поля і в якій треба знайти напруженість, виявляється, що вектор напруженості результуючого поля в даній точці завжди напрямлений вздовж осі симетрії поля. Щоб знайти модуль вектора $\vec{E}$, достатньо додати проекції всіх елементарних векторів $d\vec{E}_i$ на його напрямок.

У загальному випадку, коли не можна використати симетрію, тоді вибирають координатні осі x, y, z , потім інтегрують проекції dE_x, dE_y, dE_z всіх елементарних векторів напруженості $d\vec{E}_i$ на ці осі, одержуючи проекції вектора $\vec{E}$ і його модуль, тобто

$$E_x = \int dE_x, \quad E_y = \int dE_y, \quad E_z = \int dE_z.$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}.$$

Приклад 3.1.1. $E_x = \int dE_x$, Три однакових точкових заряди $Q_1=Q_2=Q_3=2$ нКл знаходяться у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною $a=10$ см (рис. 3.2). Визначити модуль і напрямок сили, що діє на один із зарядів з боку двох інших зарядів.

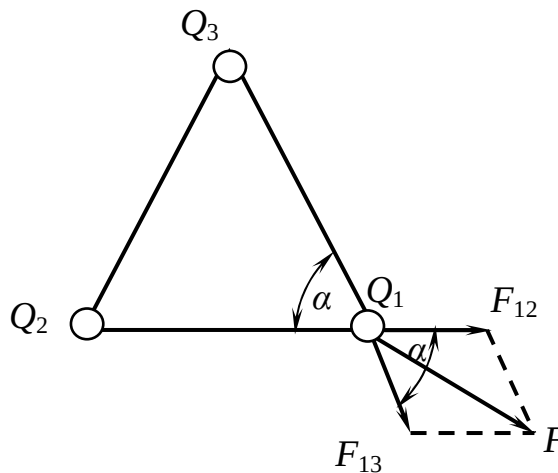


Рисунок 3.2

Розв'язання. Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів визначається за законом Кулона

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (3.1)$$

де r – відстань між зарядами,

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – коефіцієнт пропорційності в системі СІ.

Точковий нерухомий заряд Q_1 взаємодіє з точковим нерухомим зарядом Q_2 з силою $\vec{F}_{12}$ і з точковим нерухомим зарядом Q_3 з силою $\vec{F}_{13}$.

Результуюча сила, що діє на заряд Q_1 , дорівнює векторній сумі цих сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13},$$

де згідно з законом Кулона (3.1) модулі сил дорівнюють:

$$F_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}; \quad F_{13} = k \frac{Q_1 Q_3}{r^2}; \quad r = a. \quad (3.2)$$

Модуль результуючої сили визначимо за теоремою косинусів:

$$F = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + 2F_{12}F_{13}\cos 60^\circ}.$$

Підставивши в цю формулу вирази (3.2), одержимо:

$$F = \sqrt{\left(k \frac{Q^2}{a^2}\right) + \left(k \frac{Q^2}{a^2}\right) + 2k \frac{Q^2}{a^2} \cdot k \frac{Q^2}{a^2} \cos 60^\circ} = k \frac{Q^2}{a^2} \sqrt{3}. \quad (3.3)$$

Підставимо у вираз (3.3) задані в умові задачі величини і проведемо розрахунки:

$$F = 9 \times 10^9 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{0,1^2} \cdot \sqrt{3} = 62,3 \times 10^{-7} \text{ Їё}.$$

Розв'язок: $F = 62,3 \times 10^{-7} \text{ Їё}.$

Приклад 3.1.2. Точковий заряд $Q=25 \text{ нКл}$ знаходиться в полі, яке створене прямим нескінченним циліндром радіусом $R=1 \text{ см}$, рівномірно зарядженим з поверхневою густиною $\sigma=2 \text{ мКл/м}^2$. Визначити силу, що діє на заряд, розміщений від осі циліндра на відстані $r=10 \text{ см}$.

Розв'язання. Сила, діюча на заряд Q , що знаходиться в електричному полі, визначається за формулою

$$F = QE, \quad (3.4)$$

де E – напруженість поля в точці, в якій знаходиться заряд Q .

Як відомо, напруженість поля нескінченно довгого рівномірно зарядженого циліндра дорівнює

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (3.5)$$

де τ – лінійна густина заряду.

Виразимо лінійну густина τ через поверхневу густина σ . Для цього виділимо елемент циліндра завдовжки l і виразимо заряд Q_1 , що знаходиться на ньому, двома способами:

$$Q_1 = \sigma S = \sigma \cdot 2\pi R l \quad \text{і} \quad Q_1 = \tau l.$$

Прирівнявши праві частини цих виразів, отримаємо

$$\tau l = 2\pi R l \cdot \sigma$$

Після скорочення на l знайдемо

$$\tau = 2\pi R \cdot \sigma.$$

З урахуванням цього виразу формула (3.5) набуде вигляду

$$E = \frac{R\sigma}{\epsilon_0 \cdot r}.$$

Підставивши цей вираз E у формулу (3.4), знайдемо шукану силу:

$$F = \frac{Q \cdot R\sigma}{\epsilon_0 \cdot r}. \quad (3.6)$$

Оскільки R і r входять до формули у вигляді відношення, то вони можуть бути виражені в будь-яких, але тільки однакових одиницях.

Виконавши обчислення за формулою (3.6), знайдемо:

$$F = \frac{25 \times 10^{-9} \times 10^{-2} \cdot 2 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12} \cdot 10 \times 10^{-2}} = 565 \times 10^{-6} \text{ Н}.$$

Напрямок сили F співпадає з напрямком вектора напруженості E , а останній, через симетрію (циліндр нескінченно довгий), направлений перпендикулярно до циліндра.

Розв'язок: $F = 565 \text{ мкН}$.

Приклад 3.1.3. Електричне поле створене двома точковими зарядами: $Q_1 = 30 \text{ нКл}$ і $Q_2 = -10 \text{ нКл}$. Відстань d між зарядами дорівнює 20 см. Визначити напруженість електричного поля в точці, що перебуває на

відстані $r_1=15$ см від першого і на відстані $r_2=10$ см від другого заряду (рис. 3.3).

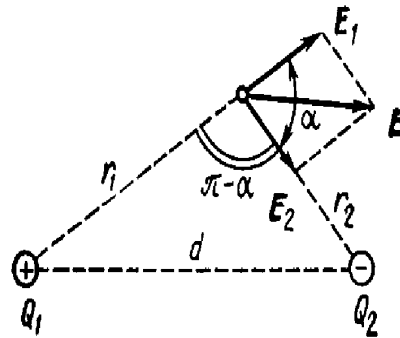


Рисунок 3.3

Розв’язання. Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів кожен заряд створює поле незалежно від присутності у просторі інших зарядів. Тому напруженість $\vec{E}$ електричного поля в заданій точці можна знайти як векторну суму напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, які створює кожний із зарядів окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Точкові нерухомі заряди Q_1 і Q_2 , що знаходяться у вакуумі, створюють електростатичні поля, напруженості яких визначаються відповідно за формулами:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (3.7)$$

Оскільки заряд $Q_1 > 0$, то вектор напруженості $\vec{E}_1$ починається в точці A і спрямований від заряду Q_1 вздовж прямої, що з’єднує т. A з зарядом Q_1 . Оскільки заряд $Q_2 < 0$, то вектор $\vec{E}_2$ також починається в точці A і спрямований від заряду Q_2 вздовж прямої, що з’єднує т. A з зарядом Q_2 , але до заряду Q_2 .

Модуль вектора $\vec{E}$ знайдемо за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}, \quad (3.8)$$

де α – кут між векторами $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$ і може бути знайдений із трикутника зі сторонами r_1 , r_2 і d :

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

У цьому випадку, щоб уникнути громіздких записів, обчислимо окремо значення $\cos\alpha$:

$$\cos\alpha = \frac{20^2 - 15^2 - 10^2}{2 \cdot 15 \cdot 10} = 0,25.$$

Підставимо вирази E_1 і E_2 (3.7) у формулу (3.8) і винесемо загальний множник $1/(4\pi\epsilon_0)$ за знак кореня:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha}.$$

Підставимо значення величин π , ϵ_0 , Q_1 , Q_2 , r_1 , r_2 і $\cos\alpha$ в одержану формулу і виконаємо обчислення:

$$E = 9 \times 10^9 \sqrt{\frac{(30 \times 10^{-9})^2}{(15 \times 10^{-2})^4} + \frac{(10 \times 10^{-9})^2}{(10 \times 10^{-2})^4} + 2 \frac{(30 \times 10^{-9})^2 (10 \times 10^{-9})^2}{(15 \times 10^{-2})^2 (10 \times 10^{-2})^2} \cdot 0,25} = 1,67 \times 10^4 \text{ В/м}.$$

Розв'язок: $E = 16,7 \text{ кВ/м}$.

Приклад 3.1.4. Електричне поле створене двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневими густинами зарядів: $\sigma_1 = 0,4 \text{ мкКл/м}^2$, $\sigma_2 = 0,1 \text{ мкКл/м}^2$. Визначити напруженість електричного поля, яке створене цими зарядженими площинами.



Рисунок 3.4

Розв'язання. Кожна заряджена нескінченна площа створює однорідне електричне поле незалежно від присутності іншої зарядженої площини. Напруженості однорідних електричних полів, які створені

першою і другою площинами, відповідно, дорівнюють:

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}; \quad E_2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}. \quad (3.9)$$

Згідно з принципом суперпозиції електростатичних полів поля, що створюються кожною із заряджених площин, накладаються одне на одного і створюють напруженість $\vec{E}$, що дорівнює векторній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Розглянемо три області I, II і III, на які пластини (рис.3.4) поділяють весь простір.

1 Як випливає з рисунка 3.4, у першій і третій областях електричні силові лінії обох полів співнапрямлені, і отже, сумарна напруженість полів обох пластин у першій $E(I)$ і в третій $E(III)$ областях рівні між собою і дорівнюють сумі напруженостей полів, які створені першою і другою площинами:

$$A(I) = A(III) = E_1 + A_2$$

або, враховуючи формули (3.9), одержимо:

$$A(I) = E(III) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}. \quad (3.10)$$

2 У другій області (між площинами) електричні силові лінії полів спрямовані у протилежні боки, отже, напруженість поля $E(II)$ дорівнює різниці напруженостей полів, що створені першою і другою площинами:

$$A(II) = |E_1 - A_2|$$

або

$$E(II) = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\epsilon_0}. \quad (3.11)$$

Підставивши задані величини в формули (3.10) і (3.11) і, виконавши обчислення, одержимо:

$$A(I) = E(III) = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,4 \times 10^{-6} + 0,1 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12}} = 28,3 \text{ êÂ/î},$$

$$E(II) = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,4 \times 10^{-6} - 0,1 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12}} = 17,0 \text{ êÂ/î}.$$

Розв'язок: $A(I) = E(III) = 28,3 \text{ êÂ/î}, \quad E(II) = 17,0 \text{ êÂ/î}.$

Приклад 3.1.5. Електричне поле створене нескінченною площиною, зарядженою з поверхневою густиною $\sigma=400$ нКл/м², і нескінченною прямою ниткою, зарядженою з лінійною густиною $\tau=100$ нКл/м. На відстані $r=10$ см від нитки знаходиться точковий заряд $Q=10$ нКл (рис. 3. 5). Визначити силу, що діє на заряд і її напрямок, якщо заряд і нитка лежать в одній площині, паралельній до зарядженої площини.

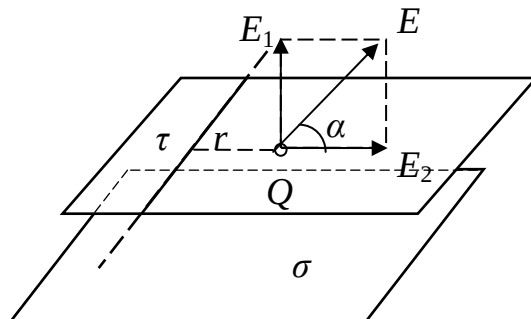


Рисунок 3.5

Розв’язання. Сила, що діє на заряд, поміщений у поле зарядженої площини, дорівнює:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}, \quad (3.12)$$

де $\vec{E}$ – напруженість поля в точці, в якій поміщено заряд Q .

Визначимо напруженість E поля, створеного нескінченною зарядженою площиною і нескінченною зарядженою ниткою. Поле нескінченної зарядженої площини однорідне, і його напруженість у будь-якій точці визначається за формулою

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (3.13)$$

Поле, яке створене нескінченною зарядженою ниткою, неоднорідне. Його напруженість залежить від відстані і визначається за формулою

$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.14)$$

Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів, напруженість поля в точці, у якій перебуває заряд Q , дорівнює векторній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Оскільки вектори $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ взаємно перпендикулярні, то модуль вектора напруженості дорівнює

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} . \quad (3.15)$$

Підставляючи вирази (3.13) і (3.14) у формулу (3.15), одержимо:

$$E = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2} ,$$

або

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}} . \quad (3.16)$$

Силу F , що діє на точковий заряд Q , визначимо, підставивши у вирази (3.12) і (3.16):

$$F = EQ = \frac{Q}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}} .$$

Підставивши значення величин Q , ε_0 , σ , τ , π і r , виконаємо обчислення:

$$F = \frac{10 \times 10^{-9}}{2 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} \sqrt{(400 \times 10^{-9})^2 + \frac{(100 \times 10^{-9})^2}{3,14^2 \cdot 0,1^2}} = 289 \times 10^{-6} \text{ Н} .$$

Напрямок сили F , що діє на позитивний заряд Q , збігається з напрямком вектора напруженості поля. Напрямок вектора $\vec{E}$ задається кутом α до зарядженої площини. За рисунком 3.4 знайдемо тангенс кута α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \pi r \frac{\sigma}{\tau} .$$

Звідки

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\pi r \frac{\sigma}{\tau} \right) .$$

Підставивши значення величин π , r , σ і τ у цей вираз, обчислимо:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(3,14 \cdot 0,1 \cdot \frac{4 \times 10^{-7}}{10^{-7}} \right) = 51^\circ 3' .$$

Розв'язок: $F=289 \text{ мкН}$, $\alpha=51^\circ 3'$.

Приклад 3.1.6. По тонкій нитці, вигнутій по дузі кола радіусом R , рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=10$ нКл/м. Визначити напруженість E і потенціал φ електричного поля, створюваного таким розподіленням зарядом у точці O , що збігається із центром кривизни дуги. Довжина l нитки становить $1/3$ довжини кола і дорівнює 15 см.

Розв'язання. Виберемо осі координат так, щоб початок координат збігався із центром кривизни дуги, а вісь Oy була симетрично розташована відносно кінців дуги (рис. 3.6). На нитці виділимо елемент довжини dl . Заряд, що зосереджений на виділеній ділянці dl , дорівнює

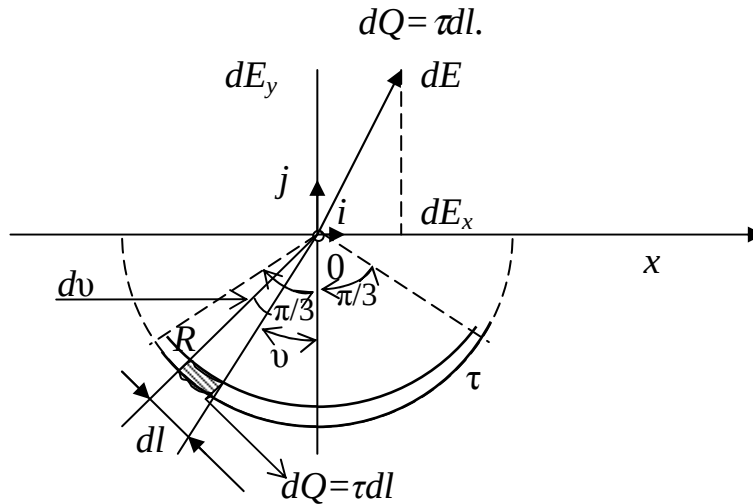


Рисунок 3.6

Його можна вважати точковим. Визначимо напруженість електричного поля в точці O . Для цього знайдемо спочатку напруженість $d\vec{E}$ поля, що створює точковий заряд dQ :

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, спрямований від елемента dl до цієї точки, в якій обчислюється напруженість.

Виразимо вектор $d\vec{E}$ через його проекції dE_x і dE_y на осі координат:

$$d\vec{E} = \vec{i} dE_x + \vec{j} dE_y,$$

де $\vec{i}$ та $\vec{j}$ – одиничні вектори напрямків (орти).

Напруженість $\vec{E}$ знайдемо інтегруванням:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i} \int_l dE_x + \vec{j} \int_l dE_y.$$

Інтегрування ведеться уздовж дуги довжиною l . З міркувань симетрії інтеграл $\vec{i} \int_l dE_x$ дорівнює нулю.

Тоді напруженість поля зарядженої нитки дорівнює:

$$\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y \quad (3.17)$$

Оскільки

$$dE_y = dE \cos \vartheta = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \vartheta, \quad r = R = \frac{3l}{2\pi} = \text{const}, \quad dl = R d\vartheta,$$

тоді

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \cos \vartheta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \vartheta d\vartheta.$$

Підставимо знайдений вираз dE_y у формулу (3.17) і, взявши до уваги симетричне розташування дуги відносно осі Oy , візьмемо межі інтегрування від 0 до $\pi/3$, а результат подвоїмо:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos \vartheta d\vartheta = \vec{j} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \cdot \sin \vartheta \Big|_0^{\pi/3}.$$

Підставимо зазначені межі і радіус дуги $R = \frac{3l}{2\pi}$:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}. \quad (3.18)$$

Вектор $\vec{E}$ збігається з позитивним напрямком осі Oy . Підставивши значення τ і l в формулу (3.18), виконаємо обчислення:

$$E = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 0,15} \sqrt{3} = 2,18 \times 10^3 \text{ В/м}.$$

Визначимо потенціал електричного поля в точці O .

Потенціал $d\varphi$, що створюється точковим зарядом dQ в точці O , визначається за формулою

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Замінімо r на R і виконаємо інтегрування:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau \cdot l}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Враховуючи, що $l = \frac{1}{3} \cdot 2\pi R$, одержимо:

$$\varphi = \frac{\tau}{6\epsilon_0}.$$

Виконавши обчислення за цією формулою, одержимо:

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} = 188 \text{ В}.$$

Розв'язок: $E=2,18 \text{ кВ/м}$, $\varphi=188 \text{ В}$.

Приклад 3.1.7. Позитивні заряди $q_1=3 \text{ мкКл}$ і $q_2=20 \text{ нКл}$ перебувають у вакуумі на відстані $r_1=1,5 \text{ м}$ один від одного. Визначити роботу A , яку треба здійснити, щоб зблизити заряди до відстані $r_2=1 \text{ м}$.

Розв'язання. Припустимо, що перший заряд q_1 залишається нерухомим, а другий q_2 під дією зовнішніх сил переміщується в полі, що створене зарядом q_1 , наближаючись до нього з відстані $r_1=1,5 \text{ м}$ до $r_2=1 \text{ м}$. Робота A' зовнішньої сили з переміщення заряду q із однієї точки поля з потенціалом φ_1 до іншої, потенціал якої φ_2 , дорівнює за модулем і протилежна за знаком роботі A сил поля з переміщення заряду між тими самими точками:

$$A' = -A.$$

Робота A сил поля з переміщення заряду визначається за формулою

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Тоді робота A' зовнішніх сил дорівнює

$$A' = -q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.19)$$

Потенціали поля точкового заряду в початковій і кінцевій точках визначаються за формулами:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1}$$

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}.$$

Підставляючи вирази φ_1 і φ_2 у формулу (3.19) і враховуючи, що для даного випадку рухомий заряд Q дорівнює Q_2 , одержимо:

$$A' = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (3.20)$$

Якщо врахувати, що $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9$ Ф/м, то після підстановки значень величин у формулу (3.20) одержимо:

$$A' = \frac{3 \times 10^{-6} \cdot 20 \times 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1,5} \right) = 1,8 \times 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Розв'язок: $A' = 180$ мкДж.

Приклад 3.1.8. Визначити початкову швидкість v_0 зближення протонів, що знаходяться на достатньо великій відстані один від одного, якщо мінімальна відстань r_{min} , на яку вони можуть зближуватися, дорівнює 10^{-11} см.

Розв'язання. Між двома протонами діють сили відштовхування, унаслідок чого рух протонів буде сповільненим. Тому задачу можна розв'язати як в інерціальній системі координат (пов'язаній з центром мас двох протонів), так і в неінерціальній (пов'язаній з одним із прискорених протонів, що рухаються). У другому випадку закони Ньютона не мають місця. Вживання ж принципу Даламбера скрутно через те, що прискорення системи буде змінним. Тому зручно розглянути задачу в інерціальній системі відліку.

Помістимо початок координат в центр мас двох протонів. Оскільки ми маємо справу з однаковими частинками, то центр мас знаходитиметься

в точці, яка поділяє на дві рівні частини відрізок, що сполучає частинки. Відносно центра мас частинки матимуть у будь-який момент часу однакові за модулем швидкості. Коли частинки знаходяться на достатньо великій відстані одна від одної, швидкість v_1 кожної частинки дорівнює половині v_0 , тобто $v_1 = \frac{v_0}{2}$.

Для розв'язання задачі застосуємо закон збереження енергії, згідно з яким повна механічна енергія W ізольованої системи постійна, тобто

$$W = T + \Pi,$$

де T – сума кінетичних енергій обох протонів відносно центра мас;

Π - потенціальна енергія системи зарядів.

Виразимо потенціальні енергії в початковий і кінцевий моменти руху.

У початковий момент, згідно з умовою задачі, протони знаходились на великій відстані, тому потенційною енергією можна нехтувати ($\Pi_1 = 0$).

Отже, для початкового моменту повна енергія буде дорівнювати кінетичній енергії T_1 протонів, тобто

$$E = T_1. \quad (3.21)$$

У кінцевий момент, коли протони максимально зближуватимуться, швидкість і кінетична енергія дорівнюють нулю, а повна енергія буде дорівнювати потенціальній енергії Π_2 :

$$E = \Pi_2. \quad (3.22)$$

Прирівнявши праві частини рівностей (3.21) і (3.22), отримаємо

$$T_1 = \Pi_2. \quad (3.23)$$

Кінетична енергія системи двох зарядів Q_1 і Q_2 дорівнює сумі кінетичних енергій протонів:

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = mv_1^2 = \frac{mv_0^2}{4}. \quad (3.24)$$

Потенціальна енергія системи двох зарядів Q_1 і Q_2 , що знаходяться у вакуумі, визначається за формулою

$$\Pi_2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}, \quad (3.25)$$

де r – відстань між зарядами.

З урахуванням рівностей (3.24) і (3.25) формула (3.23) набуде вигляду:

$$\frac{mv_0^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}.$$

Звідки виразимо швидкість протонів:

$$v_0 = \frac{e}{\sqrt{\pi\epsilon_0 m r_{\min}}}.$$

Виконавши обчислення за отриманою формулою, знайдемо:

$$v_0 = \frac{1,6 \times 10^{-19}}{\sqrt{3,14 \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 1,67 \times 10^{-27} \times 10^{-13}}} = 2,35 \times 10^6 \text{ м/с}.$$

Розв'язок: $v_0 = 2,35 \text{ м/с}$.

Приклад 3.1.9. Електричне поле створене довгим циліндром радіусом $R=1 \text{ см}$, рівномірно зарядженим з лінійною густиною $\tau=20 \text{ нКл/м}$. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на відстанях $a_1=0,5 \text{ см}$ і $a_2=2 \text{ см}$ від поверхні циліндра, в середній його частині.

Розв'язання. Для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням між напруженістю поля і зміною потенціалу:

$$E = -\text{grad } \varphi.$$

Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, це співвідношення можна записати у вигляді:

$$E = -\text{grad } \varphi = -\frac{d\varphi}{dr},$$

$$d\varphi = -E dr.$$

Інтегруючи останній вираз, знайдемо різницю потенціалів двох точок, що відстоять на r_1 і r_2 від осі циліндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr \quad (3.26)$$

Вважаючи, що циліндр достатньо довгий і точки взяті поблизу його середньої частини, то напруженість поля можна визначити за формулою

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Підставивши цей вираз у рівність (3.26), одержимо:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3.27)$$

Оскільки величини r_2 і r_1 входять до формули як відношення, то їх можна виразити в будь-яких, але тільки однакових одиницях:

$$r_1 = R + a_1 = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ см}; \quad r_2 = R + a_2 = 1 + 2 = 3 \text{ см}.$$

Підставивши значення величини τ , ϵ_0 , r_1 і r_2 у формулу (3.27) і обчисливши, одержимо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{20 \times 10^{-9}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} \cdot \ln \frac{3}{1,5} = 250 \text{ В}$$

Розв'язок: $\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В}.$

Приклад 3.1.10. Електричне поле створене тонким стрижнем, що несе рівномірно розподілений за довжиною заряд $\tau = 0,1 \text{ мкКл/м}$. Визначити потенціал φ поля в точці, віддаленій від кінців стрижня на відстань, що дорівнює довжині стрижня.

Розв'язання. Заряд q , що перебуває на стрижні, не можна вважати точковим, тому для обчислення потенціалу стрижня не можна застосувати формулу потенціалу точкового заряду:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}. \quad (3.28)$$

Якщо поділити стрижень на елементарні відрізки dl , то заряд τdl , що перебуває на кожному з них, можна розглядати як точковий (рис. 3.7), і тоді формула (3.28) буде справедлива.

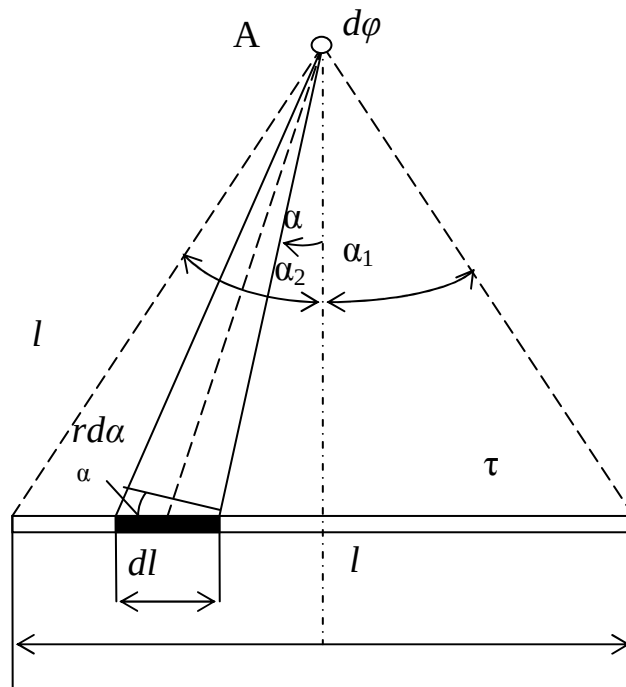


Рисунок 3.7

Застосувавши цю формулу, одержимо:

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r}, \quad (3.29)$$

де r – відстань від точки, у якій визначається потенціал, до елемента dl стрижня.

За рисунком 3.7 знаходимо:

$$dl = \frac{rd\alpha}{\cos\alpha}.$$

Підставивши цей вираз у формулу (3.29), одержимо:

$$d\varphi = \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha}.$$

Інтегруючи отриманий вираз в межах від α_1 до α_2 , виразимо потенціал, що створюється зарядом, розподіленим на стрижні:

$$\varphi = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Унаслідок симетрії розташування точки A відносно кінців стрижня маємо $\alpha_2 = \alpha_1$, і тому

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = 2 \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Отже,

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Оскільки $\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \ln \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + C$, тоді

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\pi/6}.$$

Підставляючи межі інтегрування, одержимо:

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \tan \frac{\pi}{3} - \ln \tan \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \tan \frac{\pi}{3}.$$

Виконавши обчислення за цією формулою, знайдемо:

$$\varphi = \frac{2 \cdot 0,1 \times 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \times 10^{-12}} \ln \tan \frac{\pi}{3} = 990 \text{ В}.$$

Розв'язок: $\varphi = 990 \text{ В}$.

Приклад 3.1.11. Електрон без початкової швидкості пройшов різницю потенціалів $U_0 = 10 \text{ кВ}$ і влетів вздовж лінії AB , яка паралельна пластинам, у простір між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 100 \text{ В}$. Відстань d між пластинами дорівнює 2 см . довжина l_1 пластин конденсатора в напрямку польоту електрона дорівнює 20 см . Визначити відстань BC на екрані, який відстоїть від конденсатора на $l_2 = 1 \text{ м}$.

Розв'язання. Рух електрона всередині конденсатора можна уявити як суму двох рухів: 1) за інерцією уздовж лінії AB з постійною швидкістю v_0 , що одержав електрон під дією різниці потенціалів U_0 ; 2) рівномірно прискорений рух у вертикальному напрямку до позитивно зарядженої пластини під дією постійної електричної сили з боку поля конденсатора.

Після виходу з конденсатора електрон буде рухатися рівномірно зі швидкістю v , яку він мав у точці M .

За рисунком 3.8 шукана відстань

$$|BC| = h_1 + h_2,$$

де h_1 – відстань, на яку зміститься електрон у вертикальному напрямку під час руху в конденсаторі;

h_2 – відстань між точкою D на екрані, в яку потрапив би електрон, рухаючись до виходу з конденсатора в напрямку початкової швидкості v_0 , і точкою C , до якої електрон дійсно потрапить.

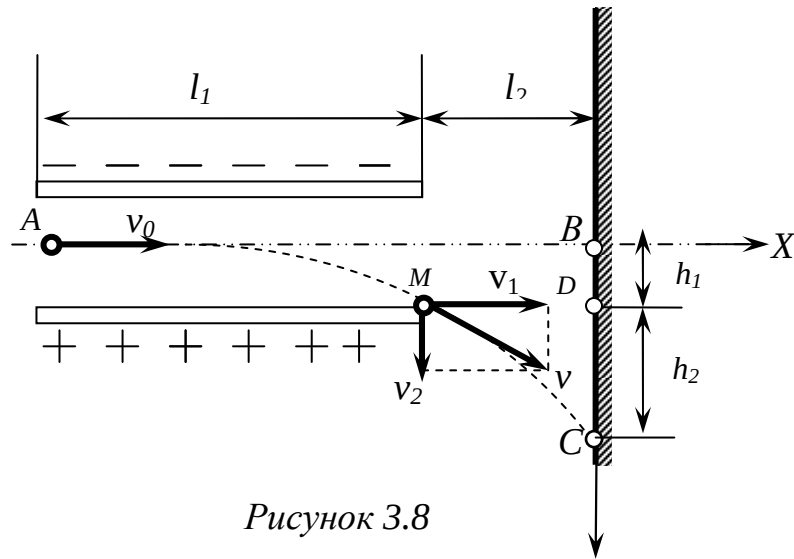


Рисунок 3.8

Виразимо окремо h_1 і h_2 . Користуючись формулою довжини шляху рівномірно прискореного руху, знайдемо:

$$h_1 = \frac{at^2}{2}, \quad (3.30)$$

де a – прискорення, отримане електроном під дією сили електричного поля конденсатора;

t – час польоту електрона між пластинами конденсатора.

За другим законом Ньютона прискорення, яке одержить електрон під дією сили електричного поля, дорівнює:

$$a = \frac{F}{m}, \quad (3.31)$$

де F – сила, з якою поле діє на електрон;

m – маса електрона.

У свою чергу, величина сили, що діє на електрон з боку електричного поля конденсатора, дорівнює

$$F = e \cdot E = \frac{e \cdot U}{d}, \quad (3.32)$$

де e – заряд електрона;

U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора;

d – відстань між ними.

Електрон рухається вздовж пластин рівномірно зі швидкістю v_0 і проходить шлях

$$l_1 = v_0 t. \quad (3.33)$$

Час польоту електрона між пластинами конденсатора знайдемо з формули (3.33):

$$t = l_1 / v_0,$$

де l_1 – довжина пластини конденсатора в напрямку польоту електрона.

Швидкість, з якою електрон влітає в конденсатор, знайдемо з умови рівності роботи, що здійснює електричне поле при переміщенні електрона, і зміною його кінетичної енергії:

$$e \cdot U_0 = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Звідси

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}. \quad (3.34)$$

Підставляючи у формулу (3.30) послідовно відповідні вирази (3.31), (3.32), (3.33) і (3.34), одержимо:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eU}{d \cdot m} \cdot \frac{l_1^2 \cdot m}{2eU_0}, \quad h_1 = \frac{U \cdot l_1^2}{4d \cdot U_0}. \quad (3.35)$$

Довжину відрізка h_2 знайдемо з подібності трикутників MDC і трикутника з векторів швидкостей:

$$h_2 = \frac{v_2 \cdot l_2}{v_0}, \quad (3.36)$$

де v_1 – швидкість електрона у вертикальному напрямку в точці M ;

l_2 – відстань від конденсатора до екрана.

У вертикальному напрямку на електрон діє сила електричного поля, під дією якого електрон рухається рівноприскорено без початкової швидкості:

$$v_2 = at.$$

Виразивши a , через силу F (3.32) і t із формули (3.33), одержимо:

$$v_2 = \frac{eU \cdot l_1}{d \cdot m \cdot v_0}. \quad (3.37)$$

Підставимо вираз (3.37) у формулу (3.36), одержимо:

$$h_2 = \frac{eU \cdot l_1 \cdot l_2}{d \cdot m \cdot v_0^2},$$

замінивши v_0^2 за формулою (3.34), знайдемо вираз для h_2 :

$$h_2 = \frac{U_1 l_1 l_2}{2 d U_0}.$$

Остаточно для шуканої відстані $|BC|$ будемо мати:

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{U l_1^2}{4 d U_0} + \frac{U l_1 l_2}{2 d U_0} = \frac{U l_1}{2 d U_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right). \quad (3.38)$$

Підставимо задані значення величин U_1 , U_0 , d , l_1 і l_2 у вираз (3.38), виконаємо обчислення:

$$\hat{A}\tilde{N} = \frac{100 \cdot 0.2}{2 \cdot 0,02 \cdot 10 \times 10^3} \left(\frac{0,2}{2} + 1 \right) = 5,5 \times 10^{-2} \text{ м}.$$

Розв'язок: $BC=5,5$ см.

Приклад 3.1.12. Дві концентричні провідні сфери радіусами $R_1=6$ см і $R_2=10$ см несуть відповідно заряди $Q_1=1$ нКл і $Q_2=-0,5$ нКл. Знайти напруженість E поля в точках, віддалених від центру сфер на відстанях $r_1=5$ см, $r_2=9$ см, $r_3=15$ см. Побудувати графік $E(r)$.

Розв'язання. Точки, в яких пропонується знайти напруженості електричного поля, утвореного двома концентричними сферами, лежать в трьох областях: область I - ($r < R_1$), область II - ($R_1 < r_2 < R_2$), область III - ($r_3 > R_2$).

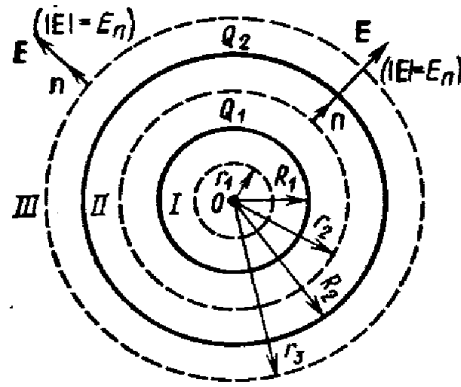


Рисунок 3.9

1 Для визначення напруженості поля E_1 в області I проведемо сферичну поверхню S_1 радіусом r_1 і скористаємося теоремою Остроградского – Гаусса

$$\oint_{S_2} E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i.$$

Оскільки усередині області I зарядів немає, то згідно з вказаною теоремою отримаємо рівність

$$\oint_{S_1} E_n dS = 0 \quad (3.39)$$

де E_n – нормальна складова напруженості електричного поля.

З міркувань симетрії нормальна складова E_n повинна дорівнювати самій напруженості і мати постійне значення для всіх точок сфери

$$E_n = E_1 = \text{const.}$$

Рівняння (3.39) набуде вигляду

$$E_1 \oint_{S_1} dS = 0.$$

Оскільки площа сфери не дорівнює нулю, тоді

$$E_1 = 0.$$

Отже, напруженість поля у всіх точках, що задовольняють умові $r_1 < R_1$, буде дорівнювати нулю.

2 В області II сферичну поверхню проведемо радіусом r_2 . Оскільки у середині цієї поверхні знаходиться заряджена до Q_1 сфера радіусом R_1 , то теорему Остроградського – Гаусса можна записати у вигляді

$$\oint_{S_2} E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} Q_1. \quad (3.40)$$

Оскільки з міркувань симетрії нормальна складова E_n повинна дорівнювати самій напруженості $E_n = E_2 = \text{const}$, то

$$E = \oint_{S_2} E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} Q_1 \text{ або } ES = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q_1,$$

звідки

$$E_2 = \frac{Q_1}{\epsilon_0 \cdot S_2}.$$

Підставивши у цю формулу площу гауссової сферичної поверхні радіусом r_2 , отримаємо:

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (3.41)$$

3 В області III сферичну поверхню проведемо радіусом r_3 . Ця поверхня охоплює сумарний заряд на обох сферах. Отже, потік вектора напруженості електростатичного поля через замкнену гауссову поверхню радіусом r_3 , згідно з теоремою Остроградського - Гаусса, дорівнює:

$$\oint_{S_2} E_n dS = \frac{Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}.$$

Звідси з міркувань симетрії знайдемо:

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}. \quad (3.42)$$

Переконаємося в тому, що праві частини рівнянь (3.41) і (3.42) дають одиницю напруженості електричного поля:

$$\frac{[Q]}{[\epsilon_0][r^2]} = \frac{1\hat{E}\ddot{e}}{1\hat{O}/\hat{1} \cdot 1\hat{1}^2} = \frac{1\hat{E}\ddot{e}}{1\hat{O} \cdot 1\hat{1}} = 1\hat{A}/\hat{1}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ:

$$Q_1 = 10^{-9} \text{ Кл}, Q_2 = -0,5 \times 10^{-9} \text{ Кл}, r_1 = 0,09 \text{ м}, r_2 = 15 \text{ м}, 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ Ф/м}$$

і проведемо обчислення за формулами (3.41) і (3.42):

$$E_2 = 9 \times 10^9 \frac{10^{-9}}{(0,09)^2} = 1,1 \times 10^3 \text{ В/м};$$

$$E_3 = 9 \times 10^9 \frac{(1-0,5) \times 10^{-9}}{(0,15)^2} = 200 \text{ В/м}.$$

4 Побудуємо графік $E(r)$.

В області I ($r_1 < R_1$) напруженість $E=0$.

В області II ($R_1 < r_2 < R_2$) напруженість $E \leq E_2(r)$ змінюється за законом $1/r^2$.

У точці $r=R_1$ напруженість $E_2(R_1) = Q_1/(4\pi\epsilon_0 R_1^2) = 2500 \text{ В/м}$.

У точці $r=R_2$ (r прагне R_1 зліва) $E_2(R_2) = Q_1/(4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 900 \text{ В/м}$.

В області III ($r > R_2$) $E_3(r)$ змінюється за законом $1/r^2$, причому в точці $r=R_2$ (r прямує до R_2 справа) $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|)/(4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 450 \text{ В/м}$.

Таким чином, функція $E(r)$ в точках $r=R_1$ і $r=R_2$ розривається. Графік залежності $E(r)$ зображений на рисунку 3.10.

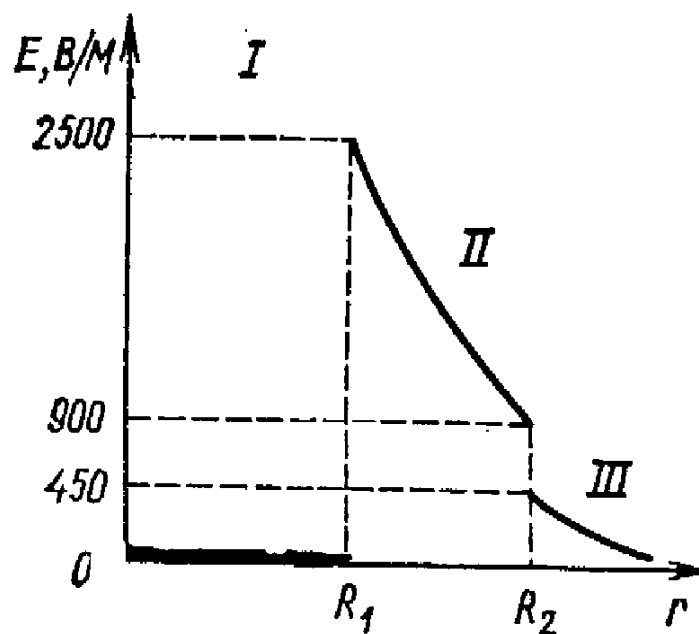


Рисунок 3.10

3.1.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язування

3.1.1 Який заряд Q мають дві однаково заряджені краплини води радіусами по $7,6 \times 10^{-5}$ м, якщо сила взаємного гравітаційного притягання їх зрівноважується силою кулонівського відштовхування?

3.1.2 Три однакові точкові заряди $Q_1=Q_2=Q_3=2$ нКл знаходяться у вершинах рівностороннього трикутника із сторонами $a=10$ см. Визначити модуль і напрямок сили F , що діє на один із зарядів з боку двох інших.

3.1.3 Два позитивні точкові заряди Q і $9Q$ були закріплені на відстані $d=100$ см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, що проходить через заряди, слід помістити третій заряд так, щоб система перебувала в рівновазі. Указати, який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення зарядів можливі тільки уздовж прямої, яка проходить через закріплені заряди.

3.1.4 Чотири однакові заряди $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=40$ нКл були закріплені у вершинах квадрата зі стороною $a=10$ см. Знайти силу F , що діє на один із цих зарядів з боку трьох інших.

3.1.5 Дві однакові кульки, маса кожної $m=20$ мг, підвішені на невагомих нерозтяжних непровідних нитках, що закріплені в одній точці підвісу і мають довжину $l=0,2$ м. Одну з кульок відвели вбік і надали їй заряду і потім відпустили. Після дотику з другою кулькою вони розійшлися так, що утворили кут 60° . Визначити модуль заряду, який надали кульці.

3.1.6 На відстані $d=20$ см один від одного знаходяться два точкових заряди $Q_1=-50$ нКл і $Q_2=100$ нКл. Визначити силу F , що діє на заряд $Q_3=10$ нКл, віддалений від обох зарядів на однакову відстань, яка дорівнює d .

3.1.7 У вершинах правильного трикутника зі стороною $a=10$ см знаходяться заряди $Q_1=10$ мкКл, $Q_2=20$ мкКл і $Q_3=30$ мкКл. Визначити силу F , що діє на заряд Q_1 з боку двох інших зарядів.

3.1.8 Якою силою на одиницю довжини відштовхуються дві однойменно заряджені досить довгі нитки з однаковою лінійною густиною заряду $\tau=3$ мкКл/м?

3.1.9 Дві однакові кульки, підвішені на нитках довжиною по 20 см, торкаються одна одної. Кулькам надали загального заряду 0,4 мкКл, після чого вони розійшлися так, що між нитками утворився кут 60° . Яку масу мала кожна з кульок?

3.1.10 Дві однаково заряджених кульки підвішені в одній точці на нерозтяжних невагомих непровідних нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α . Після занурення кульок у масло кут між нитками залишився незмінним. Яка густина ρ масла, якщо густина матеріалу кульок $\rho_0=1,5 \times 10^3$ кг/м³, діелектрична проникність масла $\epsilon=2,2$?

3.1.11 Точкові заряди $Q_1=20$ мкКл, $Q_2=-10$ мкКл знаходяться на відстані $d=5$ см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленій на $r_1=3$ см від першого і на $r_2=4$ см від другого заряду. Визначити також силу F , що діє в цій точці на точковий заряд $Q=4$ мкКл.

3.1.12 В однорідному полі напруженістю 40 кВ/м знаходиться заряд $Q=27$ нКл. Знайти напруженість результуючого поля на відстані 9 см від заряду в точках, що лежать: 1) на силовій лінії однорідного поля, що проходить через заряд; 2) на прямій, що проходить через заряд і перпендикулярний силовим лініям.

3.1.13 Два точкові заряди $0,6$ мкКл і $0,3$ мкКл знаходяться у вакуумі на відстані 10 см один від одного. Визначити положення точки, в якій напруженість поля, що утворене цими зарядами, дорівнює нулю.

3.1.14 У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною a знаходяться заряди $+q$, $+q$ і $-q$. Якою буде напруженість поля в центрі трикутника?

3.1.15 У трьох вершинах квадрата зі стороною $a=40$ см знаходяться однакові позитивні заряди по 5×10^{-9} Кл кожний. Знайти напруженість в четвертій вершині квадрата.

3.1.16 Три однакові заряди, по 10^{-9} Кл кожний, розташовані у вершинах прямокутного трикутника з катетами 40 і 30 см. Знайти напруженість електричного поля, що створюється всіма зарядами в точці перетину гіпотенузи з перпендикуляром, опущеним на неї з вершини прямого кута.

3.1.17 Два заряди розташовано на осі X . Заряд $Q_1=1,25$ нКл, розташований в точці $x=3,0$ см, а $Q_2=-1,25$ нКл знаходиться в точці $x_2=-3,0$ см. Визначити модуль і напрям вектора напруженості в точках $(0; 0)$, $(0; 3)$, $(0; -3)$ на осі Y .

3.1.18 Два однакові заряди по $1,2$ нКл кожний знаходяться в площині XY . Один заряд розташований в точці з координатами $x_1=3,0$ см, $y_1=0$, інший – в точці з координатами $x_2=0$, $y_2=2,0$ см. Визначити модуль і напрям вектора напруженості в точці $(3,0; 2,0)$.

3.1.19 Електричне поле створено двома зарядами, що знаходяться на осі X . Один із зарядів $Q_1=+e$, розташований в точці $x_1=1,0$ см, а інший заряд $Q_2=+4e$ знаходиться в точці $x_2=-2,0$ см. Знайти координати точок з нульовою напруженістю. Скільки є таких точок?

3.1.20 У вершинах квадрата зі стороною a розташовані чотири однакових за величиною заряди: два позитивних і два негативних. Визначте напруженість поля в точці перетину діагоналей. Розглянути всі можливі випадки. Величина заряду дорівнює Q .

3.1.21 Тонкий стрижень завдовжки $l=20$ см має рівномірно розподілений заряд $Q=0,1$ мкКл. Визначити напруженість E електричного поля, яке створюється розподіленим зарядом в точці A , що лежить на осі стрижня на відстані $a=20$ см від його кінця.

3.1.22 По тонкому півкільцю радіусом $R=10$ см рівномірно був розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=1$ мкКл/м. Визначити напруженість E електричного поля, що створюється розподіленим зарядом в центрі кільця.

3.1.23 Тонке кільце має розподілений заряд $Q=0,2$ мкКл. Визначити напруженість E електричного поля створюваного розподіленим зарядом у точці A , рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань $r=20$ см. Радіус кільця $R=10$ см.

3.1.24 Третина тонкого кільця радіусом $R=10$ см має розподілений заряд $Q=50$ нКл. Визначити напруженість E електричного поля, що утворює розподілений заряд у центрі кільця.

3.1.25 По тонкому кільцю радіусом $R=20$ см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=0,5$ мкКл/м. Визначити напруженість E електричного поля, що утворюється розподіленим зарядом у точці A , яка знаходиться на осі кільця на відстані $h=2R$ від його центра.

3.1.26 По тонкому півкільцю рівномірно був розподілений заряд $Q=20$ мкКл з лінійною густиною $\tau=0,1$ мкКл/м. Визначити напруженість електричного поля, що утворюється розподіленим зарядом у точці O , яка співпадає з центром кільця.

3.1.27 Четверть тонкого кільця радіусом $R=10$ см має рівномірно розподілений заряд $Q=0,05$ мкКл. Визначити напруженість електричного поля, що створює розподілений заряд у точці O , яка співпадає з центром кільця.

3.1.28 На двох концентричних сферах радіусом R і $2R$ рівномірно були розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 3.11). Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса, знайти залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: I, II, III. Прийняти $\sigma_1=4\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) обчислити напруженість електричного поля E в точці, що віддалена від центра кільця на відстань r , і вказати напрямок вектора $\vec{E}$. Вважати $\sigma=30$ нКл/м², $r=1,5R$; 3) побудувати графік $E(r)$.

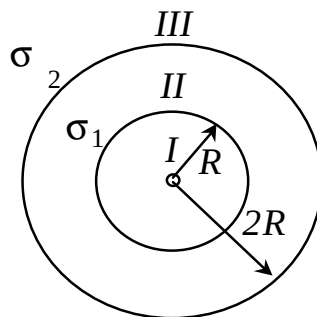


Рисунок 3.11

3.1.29 На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно були розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 3.12). Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса і принцип суперпозиції електричних полів, знайти вираз $E(x)$ напруженості електричного поля в трьох областях: I, II і III. Прийняти $\sigma_1=2\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) обчислити напруженість E поля в точці, що розташована зліва від площин, і вказати напрямок вектора $\vec{E}$; 3) побудувати графік $E(x)$.

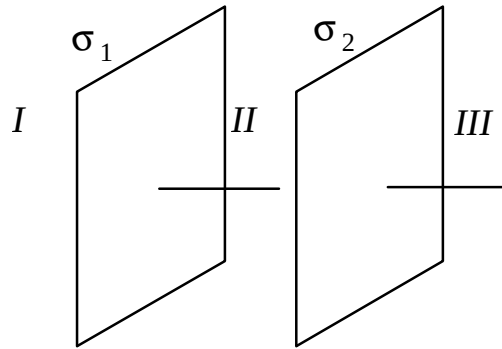


Рисунок 3.12

3.1.30 На двох коаксіальних нескінченних циліндрах радіусами R і $2R$ рівномірно були розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 3.13). Використовуючи теорему Остроградського – Гаусса, знайти: 1) залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: I, II і III. Прийняти $\sigma_1=-2\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) обчислити напруженість E в точці, що віддалена від осі циліндрів на відстань r , і вказати напрямок вектора $\vec{E}$. Вважати, що: $\sigma=50$ нКл/м², $r=1,5R$; 3) побудувати графік $E(r)$.

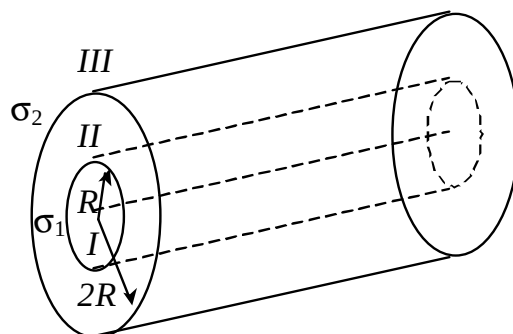


Рисунок 3.13

3.1.31 Два точкові заряди $Q_1=6$ нКл і $Q_2=3$ нКл знаходяться на відстані $d=60$ см один від одного. Яку роботу необхідно виконати зовнішнім силам, щоб зменшити відстань між зарядами удвічі?

3.1.32 Електричне поле було створено зарядженою провідною кулею, потенціал якої $\varphi=300$ В. Визначити роботу сил поля з переміщення заряду $Q=0,2$ мкКл з точки 1 до точки 2 (рис.3.14).

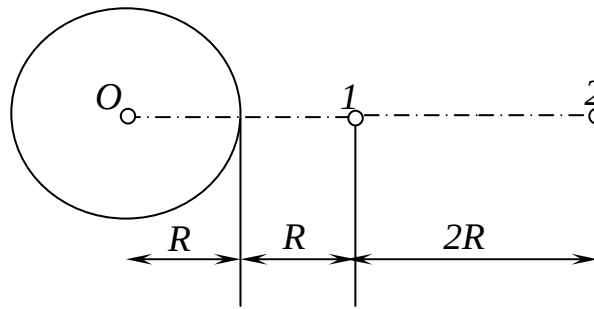


Рисунок 3.14

3.1.33 Електричне поле створено зарядами $Q_1=2$ мкКл і $Q_2=-1$ мкКл, які знаходяться на відстані $a=10$ см один від одного. Визначити роботу сил електричного поля, що виконується при переміщенні заряду $Q=5$ мкКл з точки 1 до точки 2 (рис. 3.15).

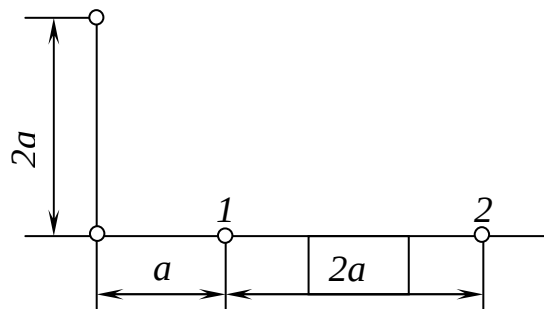


Рисунок 3.15

3.1.34 Дві паралельні заряджені площини з поверхневою густиною заряду $\sigma_1=2$ мкКл/м² і $\sigma_2=-0,8$ мкКл/м², знаходяться на відстані $d=0,6$ см одна від одної. Визначити різницю потенціалів U між площинами.

3.1.35 Диполь з електричним моментом $p=100$ пКл·м вільно встановився в електричному полі напруженістю $E=200$ кВ/м. Визначити роботу зовнішніх сил, яку необхідно виконати для повороту диполя на кут $\alpha=180^\circ$.

3.1.36 Чотири однакові краплі ртуті, заряджені до потенціалу $\varphi=10$ В, зливаються в одну. Який потенціал φ_1 краплі, яка утворилася?

3.1.37 Зігнутий в кільце тонкий стрижень радіусом $R=10$ см, рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду $\tau=800$ нКл/м. Визначити потенціал φ в точці, що розташована на осі кільця на відстані $h=10$ см від його центра.

3.1.38 Електричне поле утворено нескінченно довгою зарядженою ниткою, лінійна густина заряду якої $\tau=20$ пКл/м. Визначити різницю потенціалів U двох точок поля, віддалених на відстані $r_1=8$ см і $r_2=12$ см.

3.1.39 Тонка квадратна рамка рівномірно була заряджена з лінійною густиною заряду $\tau=200$ пКл/м. Визначити потенціал ϕ поля в точці перетину діагоналей.

3.1.40 Порошинка масою $m=200$ мкг, що має заряд $Q=40$ нКл, влетіла в електричне поле зі швидкістю v_0 за напрямком силових ліній. Після проходження різниці потенціалів $U=200$ В порошинка мала швидкість $v=10$ м/с. Визначити швидкість v_0 порошинки до того, коли вона влетіла в поле.

3.1.41 Електрон, що мав кінетичну енергію $T=10$ еВ, влетів в однорідне електричне поле у напрямку силових ліній поля. Яку швидкість матиме електрон, якщо пройде в цьому полі різницю потенціалів $U=8$ В?

3.1.42 Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{++} і K^+ , що пройшли однакову різницю потенціалів.

3.1.43 Електрон з енергією $T=400$ еВ (у нескінченності) рухається уздовж силової лінії за напрямком до поверхні зарядженої сфери радіусом $R=10$ см. Визначити мінімальну відстань a , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її $Q=-10$ нКл.

3.1.44 Електрон пройшов у плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої і набув швидкості $v=10^5$ м/с. Відстань між пластинами $d=8$ мм. Знайти: 1) різницю потенціалів U між пластинами; 2) поверхневу густина заряду на пластинах.

3.1.45 Порошинка масою $m=5$ нг, що несе на собі $N=10$ електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів $U=1$ МВ. Яка кінетична енергія T порошинки? Якої швидкості набула порошинка?

3.1.46 Яку мінімальну швидкість $v_{\min}$ повинен мати протон, щоб він зміг досягти поверхні зарядженої до потенціалу $\phi=400$ В металеві кулі (рис. 3.16)?

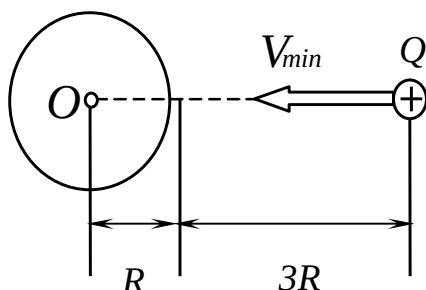


Рисунок 3.16

3.1.47 В однорідне електричне поле напруженістю $E=200$ В/м влітає (уздовж силової лінії) електрон зі швидкістю $v_0=2$ Мм/с. Визначити відстань l , що пройде електрон до точки, в якій його швидкість буде дорівнювати половині початкової.

3.1.48 Електричне поле створено нескінченною зарядженою прямою лінією з рівномірно розподіленим зарядом ($\tau=10$ нКл/м). Визначити кінетичну енергію електрона T_2 в точці 2, якщо в точці 1 його кінетична енергія $T_1=200$ еВ (рис. 3.17).

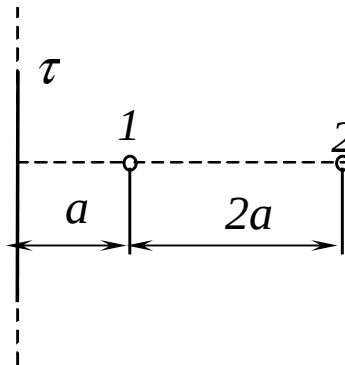


Рисунок 3.17

3.1.49 Електрон рухається уздовж силової лінії однорідного електричного поля. У деякій точці поля з потенціалом $\varphi_1=100$ В електрон мав швидкість $V_1=6$ Мм/с. Визначити потенціал φ_2 точки поля, дійшовши до якої електрон утратить половину своєї швидкості.

3.1.50 Конденсатори ємністю $C_1=5$ мкФ і $C_2=10$ мкФ заряджені до напруг $U_1=60$ В і $U_2=100$ В відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їх з'єднання з обкладками, які мають однойменні заряди.

3.1.51 Конденсатор ємністю $C_1=10$ мкФ заряджений до напруги $U=10$ В. Визначити заряд на обкладках цього конденсатора після того, як паралельно до нього був підключений незаряджений інший конденсатор ємністю $C_2=20$ мкФ.

3.1.52 Конденсатори ємностями $C_1=2$ мкФ, $C_2=5$ мкФ і $C_3=10$ мкФ з'єднані послідовно і знаходяться під напругою $U=850$ В. Визначити напругу і заряд на кожному з конденсаторів.

3.1.53 Два конденсатори ємностями $C_1=2$ мкФ і $C_2=5$ мкФ заряджені до напруг $U_1=100$ В і $U_2=150$ В відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їх з'єднання з обкладками, які мають різнойменні заряди.

3.1.54 Два однакові плоскі повітряні конденсатори ємністю $C=100$ пФ кожний сполучені в батарею послідовно. Визначити на скільки зміниться місткість C батареї, якщо проміжок між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном.

3.1.55 Два конденсатори ємностями $C_1=5$ мкФ і $C_2=8$ мкФ сполучені послідовно і приєднані до батареї з ЕРС $E=80$ В. Визначити заряди Q_1 і Q_2 конденсаторів і різниці потенціалів U_1 і U_2 між їх обкладинками.

3.1.56 Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом $R=10$ см кожна. Відстань між пластинами $d=2$ мм. Конденсатор був приєднаний до джерела напруги $U=80$ В. Визначити заряд Q і напруженість E поля конденсатора у двох випадках: а) діелектрик – повітря; б) діелектрик – скло.

3.1.57 Дві металеві кульки радіусами $R_1=5$ см і $R_2=10$ см мають заряди $Q_1=40$ нКл і $Q_2=-20$ нКл. Знайти енергію W , яка виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником.

3.1.58 Простір між пластинами плоского конденсатора був заповнений двома шарами діелектрика: скла товщиною $d_1=0,2$ см і шаром парафіну товщиною $d_2=0,3$ см. Різниця потенціалів між обкладаннями $U=360$ В. Визначити напруженість E поля і падіння потенціалу в кожному з шарів.

3.1.59 Плоский конденсатор з площею пластин $S=200$ см² кожна заряджений до різниці потенціалів $U=2$ кВ. Відстань між пластинами $d=2$ см. Діелектрик - скло. Визначити енергію W поля конденсатора і густину енергії w поля.

3.1.4 Контрольні питання

- 1 Яке поле називається електростатичним?
- 2 Як підтвердити факт існування електричного поля в будь-якій точці простору?
- 3 Як читається закон Кулона?
- 4 Що називається діелектричною проникністю?
- 5 Який заряд називають точковим?
- 6 Який заряд називають пробним?
- 7 В якому випадку не можна застосовувати закон Кулона для розрахунку сили взаємодії між зарядженими тілами?
- 8 Що є умовою рівноваги точкового заряду?
- 9 За яких умов рівновага заряду буде стійкою?
- 10 Що називається напруженістю електростатичного поля?
- 11 Як визначається напрямок вектора напруженості електростатичного поля?
- 12 В яких одиницях вимірюється напруженість електричного поля?
- 13 Яке поле називається однорідним?
- 14 Що називається циркуляцією вектора напруженості електричного поля?
- 15 Чому дорівнює циркуляція вектора напруженості електростатичного поля?
- 16 Що можна сказати про поле вектора, циркуляція якого дорівнює нулю?
- 17 У чому полягає метод суперпозиції полів?

- 18 Як застосувати метод суперпозиції полів до розрахунку напруженості поля, що створене системою точкових зарядів?
- 19 Який зв'язок існує між силою, що діє на точковий заряд, і його потенціальною енергією в електростатичному полі?
- 20 Чому дорівнює потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів?
- 21 Що називається потенціалом електростатичного поля?
- 22 Чому дорівнює різниця потенціалів між двома точками поля?
- 23 Як визначається робота, яку треба здійснити, щоб перемістити заряд з точки з одним потенціалом до точки з іншим потенціалом?
- 24 Який існує зв'язок між потенціалом і напруженістю електростатичного поля в даній точці поля?
- 25 Що таке еквіпотенціальні поверхні?
- 26 Що називається потоком вектора напруженості електростатичного поля?
- 27 Сформулюйте теорему Остроградського - Гаусса для електростатичного поля у вакуумі.
- 28 Чому дорівнює робота з переміщення точкового заряду в електростатичному полі?
- 29 В якому випадку робота з переміщення точкового заряду в електростатичному полі позитивна, а в якому - негативна?
- 30 Який зв'язок існує між роботою з переміщення точкового заряду і зміною його потенціальної енергії?
- 31 Як розподіляються заряди у провіднику, що знаходиться в електростатичному полі?
- 32 Що називається електроємністю провідника?
- 33 Що називається конденсатором?
- 34 Чому дорівнює ємність конденсатора?
- 35 Від чого залежить ємність конденсатора?
- 36 В яких одиницях вимірюється електроємність?
- 37 Як визначити ємність послідовно з'єднаних конденсаторів?
- 38 Як визначити ємність паралельно з'єднаних конденсаторів?
- 39 Як визначається енергія електростатичного поля?
- 40 Що називається густиною енергії?

3.2 Постійний електричний струм

3.2.1 Основні поняття та формули

Явища і процеси, пов'язані з рухом електричних зарядів, становлять особливу частину вчення про електрику - електродинаміку.

Усякий упорядкований рух електричних зарядів називається струмом провідності.

За напрямом електричного струму приймають напрямок руху позитивних електричних зарядів.

Кількісною мірою електричного струму є сила струму - скалярна величина, яка дорівнює електричному заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Для постійного струму напрямок і сила струму не змінюються, а величина дорівнює:

$$I = \frac{q}{t},$$

де q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t .

Розподіл електричного струму за перерізом провідника характеризується вектором густини струму j :

– густина змінного струму

$$J = \frac{dI}{dS}.$$

– густина постійного струму

$$J = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Зв'язок густини струму із середньою швидкістю $\langle u \rangle$ спрямованого руху заряджених частинок

$$j = qn \langle u \rangle,$$

де q – заряд частинки;

n – концентрація заряджених частинок;

$\langle u \rangle$ – середня швидкість напрямленого руху зарядів.

Джерелом струму називається пристрій, в якому певний вид енергії безперервно перетворюється на енергію електричного поля.

Електрорушійна сила джерела струму - фізична величина, що кількісно дорівнює роботі, яка виконується сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q}.$$

Робота сторонніх сил під час переміщення заряду на замкненій ділянці кола дорівнює:

$$A_{cn} = \oint_l (\vec{F}_{cn} d\vec{l}) = \oint_l q(\vec{E}_{cn}, d\vec{l}).$$

Електрорушійна сила, що діє в замкненому колі, визначається циркуляцією вектора напруженості сторонніх сил:

$$\mathcal{E} = \oint_l (\vec{E}_{cn}, d\vec{l}).$$

Робота, яка виконується результуючою силою над зарядом на ділянці 1-2 сторонніх сил, дорівнює

$$A_{12} = q \int_1^2 (\vec{E}_{cn} d\vec{l}) + q \int_l (\vec{E}, d\vec{l}) = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Напруга на ділянці кола

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Для однорідної ділянки кола

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Закон Ома в інтегральній формі:

а) для ділянки кола, на якій не прикладена ЕРС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U_{12}}{R},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12}$ - різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола;

R - опір ділянки кола;

б) для ділянки кола, що містить ЕРС (неоднорідна ділянка кола):

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm E}{R},$$

де E - е.р.с. джерела струму;

R - повний опір ділянки (сума зовнішніх і внутрішніх опорів);

в) для замкнутого (повного) кола:

$$I = \frac{E}{R + r},$$

де R – зовнішній опір кола;

r - внутрішній опір кола.

Опір провідника залежить від його розмірів і від матеріалу, з якого виготовлений провідник.

Опір однорідного провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ - питомий опір;

l - довжина провідника;

S - площа поперечного перерізу провідника.

Провідність G провідника

$$G = \frac{1}{R} = \frac{S}{\rho l} = \sigma \frac{S}{l}.$$

Закон Ома для однорідної ділянки кола в диференціальній формі

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

де j - густина струму;

σ – питома провідність;

$\vec{E}$ - напруженість електричного поля.

Зв'язок питомої провідності σ з рухливістю b заряджених частинок (іонів)

$$\sigma = qn(b_+ + b_-),$$

де q - заряд іона;

n - концентрація іонів;

b_+ і b_- - рухливості позитивних і негативних іонів.

Робота сили струму:

$$A = IUt, \quad A = I^2 R t, \quad A = \frac{U^2}{R} t.$$

Перша формула справедлива для будь-якої ділянки кола, на кінцях якої підтримується напруга U , останні дві - для ділянки, що не містить ЕРС.

Потужність струму:

$$P = IU, \quad P = I^2 R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля - Ленца в диференціальній формі

$$w = \sigma E^2,$$

де w - густина теплової потужності струму?

σ – питома провідність;

E – напруженість електричного поля.

Закон Джоуля - Ленца в інтегральній формі

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

де dQ – кількість теплоти, що виділилася у провіднику за час dt проходження струму.

Закон Джоуля – Ленца в інтегральній формі для постійного струму

$$Q = I^2 Rt.$$

Закони Кірхгофа:

а) перший закон:

$$I = \sum I_i;$$

б) другий закон:

$$\sum I_i R_i = \sum E_i,$$

де $\sum I_i$ – алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі;

$\sum I_i R_i$ – алгебраїчна сума добутків сил струмів і опорів ділянок;

$\sum E_i$ – алгебраїчна сума ЕРС.

Опір системи провідників:

а) при послідовному сполученні провідників:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i;$$

б) при паралельному сполученні провідників:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

де R_i – опір i -го провідника.

3.2.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач

Для розрахунків сили струму і густини струму, а також опорів при наявності однорідних провідників застосовується закон Ома в інтегральній або диференціальній формі. Інтегральну форму закону Ома, як правило, зручно застосовувати при розрахунках, пов'язаних зі струмами у проводах. Але для розрахунків сили струму і опорів при наявності провідних безмежних середовищ (наприклад, у випадку заземлення проводів) практично незаміним виявляється диференціальна форма закону Ома. Суттєво, що напруженість електричного поля E , при наявності постійного струму і однорідності середовища, можна розраховувати методами електростатики, бо вона співпадає з напруженістю такого поля, яке буде при такій самій напрузі між електродами, коли середовище стане непровідним.

Необхідно звернути увагу на термін «електрична напруга» або просто «напруга», бо інколи одним і тим самим терміном позначають різні фізичні величини. Вважається, що напруга між двома точками електричного кола визначається роботою, яка виконується електростатичними і сторонніми силами при переміщенні колом одиничного позитивного заряду з першої точки у другу. Напруга дорівнює:

$$U_{12} = \int_1^2 (\vec{E}_{cm} d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}) = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

При відсутності сторонніх сил величини U_{12} і φ_1, φ_2 співпадають. Тому в задачах електростатики і задачах на струм, де розглядаються ділянки кола, які не мають е.р.с., поняття напруги і різниці потенціалів часто ототожнюють.

Щоб безпомилково застосовувати закон Ома, необхідно притримуватись наступних правил:

а) накреслити схему і позначити на ній полюси всіх джерел, а також напрямки струму в колі;

б) струм вважати позитивним на заданій ділянці 1-2, якщо він напрямлений від точки 1 до точки 2;

в) е.р.с. вважати позитивною на ділянці 1-2, якщо вона підвищує потенціал в напрямку від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі вздовж шляху 1-2 спочатку з у стрічається негативний полюс джерела, а потім позитивний.

При розв'язуванні задач на розрахунок роботи і потужності треба мати на увазі, що формули роботи електричних сил на ділянці кола, на кінцях якого є різниця потенціалів і кількості теплоти, що виділяється на ділянці опором R , якою протягом часу проходить струм силою I , залишаються справедливими в будь-якому випадку незалежно від наявності чи відсутності е.р.с. на цій ділянці. Якщо при цьому

розглядувана ділянка не має е.р.с., і отже, до неї застосовний закон Ома, то ці формули співпадають. Отже у цьому випадку вся робота електричних сил витрачається на виділення тепла у провіднику. Однак, якщо дана ділянка має е.р.с., співвідношення $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ до неї незастосовно. Отже, величини A і Q , що визначені за формулами $A = (\varphi_1 - \varphi_2)It$ і $Q = I^2 R t$, в цьому випадку не однакові.

Робота, що здійснюється джерелом електричної енергії за час t
 $A = EIt = I^2(R + r)t = \frac{E^2}{(R + r)}t$. При цьому знак нерівності залежить віднапрямку струму і е.д.с.

Приклад 3.2.1. Визначити густину струму у сталюму дроті довжиною 20 м, якщо він знаходиться під напругою 1 В. Питомий опір сталі $\rho = 12 \times 10^{-8}$ Ом·м.

Розв'язання. Згідно з визначенням густина струму визначається за формулою

$$j = \frac{I}{S}, \quad (3.43)$$

де I – сила струму у провіднику;

S – площа поперечного перетину дроту.

Силу струму виразимо із закону Ома:

$$I = \frac{U}{R} \quad (3.44)$$

Опір провідника залежить від його довжини, площі перетину і матеріалу:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (3.45)$$

Підставимо вираз (3.44) у формулу (3.43) і виразимо силу струму:

$$I = \frac{U \cdot S}{\rho \cdot l}$$

Підставимо одержаний вираз у формулу (3.43) і виразимо густину струму:

$$j = \frac{U \cdot S}{\rho \cdot l \cdot S} = \frac{U}{\rho \cdot l} \quad (3.46)$$

Перевіримо розмірність:

$$[j] = \frac{\hat{A}}{\hat{i} \cdot \hat{i} \cdot \hat{i}} = \frac{\hat{A}}{\hat{i}^3}.$$

Підставимо в розрахункову формулу (3.46) задані значення величин і проведемо розрахунки:

$$j = \frac{1}{12 \times 10^{-8} \cdot 20} = 4,17 \times 10^5 \left(\frac{\hat{A}}{\hat{i}^3} \right).$$

Розв'язок: $j = 4,17 \times 10^5 \left(\frac{\hat{A}}{\hat{i}^3} \right).$

Приклад 3.2.2. Котушка і амперметр з'єднані послідовно і підключені до джерела струму. До клем котушки приєднаний вольтметр з опором $r=4$ кОм. Амперметр показує силу струму $I=0,3$ А, вольтметр – напругу $U=120$ В. Визначити опір R котушки. Визначити відносну похибку ε , яка буде допущена при вимірюванні опору, якщо зневажити силою струму, який протікає через вольтметр.

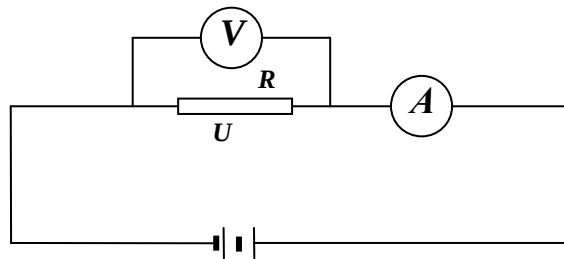


Рисунок 3.18

Розв'язання. Сила струму в колі дорівнює сумі струмів, що протікають через котушку і вольтметр

$$I = I_B + I_K.$$

Струм, що проходить через вольтметр, визначається за законом Ома:

$$I_B = \frac{U}{r_v}; \quad I_A = \frac{120}{4 \times 10^3} = 3 \times 10^{-2} \text{ А}.$$

Тоді струм, що проходить через котушку дорівнює:

$$I_K = I - I_B;$$

$$I_E = 0,3 - 0,03 = 0,27 \text{ А}.$$

Із закону Ома для ділянки кола виразимо опір котушки:

$$R = \frac{U}{I_K}; R = \frac{120}{0,27} = 444,4 \text{ } \hat{\Omega}.$$

Якщо не враховувати струм, що проходить через вольтметр, тоді опір:

$$R^I = \frac{U}{I}; R^I = \frac{120}{0,3} = 400 \text{ } \hat{\Omega}.$$

Відносна похибка визначення опору котушки визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R^I}{R}; \varepsilon = \frac{444,4 - 400}{444,4} = 0,1.$$

Розв'язок: $R = 444,4 \text{ } \hat{\Omega}$, $\varepsilon \approx 10\%$.

Приклад 3.2.3. ЕДС батареї $E=80 \text{ В}$, внутрішній опір $r=5 \text{ Ом}$. Зовнішнє коло споживає потужність $P=100 \text{ Вт}$. Визначити силу струму I в колі, напругу U , під якою знаходиться зовнішнє коло, і його опір R .

Розв'язання Для замкненого кола сила струму визначається за законом Ома:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (3.47)$$

Потужність, яку споживає зовнішнє коло, дорівнює

$$P = I^2 R.$$

Звідси зовнішній опір дорівнює:

$$R = \frac{P}{I^2}. \quad (3.48)$$

Підставимо у формулу (3.47) вираз (3.48):

$$I = \frac{E}{\frac{P}{I^2} + r}; \quad \frac{P}{I} + Ir = E; \quad ; \quad I^2 r - IE + P = 0$$

Підставимо у квадратне рівняння значення коефіцієнтів і визначимо його корені:

$$5I^2 - 80I + 100 = 0;$$

$$I = \frac{80 \pm \sqrt{6400 - 4 \cdot 5 \cdot 100}}{2 \cdot 5} = \frac{80 \pm \sqrt{5400}}{10} = \frac{8 \pm 7,35}{1};$$

$$I_1 = 15,35(A); \quad I_2 = 0,65(A).$$

Напруга на зовнішній ділянці кола дорівнює:

$$U = E - Ir.$$

$$U = 80 - 0,65 \cdot 5 = 76,75(V)$$

Із закону Ома опір зовнішньої ділянки кола:

$$R = \frac{U}{I}; \quad R = \frac{76,75}{0,65} = 118(B).$$

Розв'язок: $I_2 = 0,65A$; $U = 76,75V$.

3.2.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок їх розв'язування

3.2.1 Струм в провіднику змінюється з часом t за рівнянням $I=4+2t$, де сила струму I – в амперах, t – в секундах. Який заряд проходить через поперечний переріз провідника за час від $t_1=2$ с до $t_2=6$ с? При якому постійному струмі I_0 через поперечний переріз провідника за той самий час проходить такий самий заряд?

3.2.2 Який заряд q пройде по провіднику, якщо сила струму рівномірно збільшується від $I_1=0$ до $I_2=5$ А протягом часу $t=10$ с?

3.2.3 Сила струму у провіднику змінюється з часом згідно з рівнянням $I=5+3t$, де I – сила струму, а t – час. Який середній заряд q проходить крізь поперечний переріз провідника за час від $t_1=3$ с. до $t_2=8$ с.?

3.2.4 Електрон в атомі водню обертається навколо ядра. Визначити, який струм I він створює та швидкість v електрона на цій орбіті, якщо радіус орбіти $r = 53$ пм.

3.2.5 Визначити густину струму, якщо за час $t=2$ с через провідник перерізом $S=1,6 \text{ мм}^2$ пройшло 2×10^{19} електронів.

3.2.6 Визначити густину струму, що протікає по провіднику довжиною 5 м, якщо на кінцях провідника підтримується різниця потенціалів 2 В. Питомий опір матеріалу – $2 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

3.2.7 Густина струму в нікеліновому провіднику довжиною 25 м дорівнює 1 МА/м^2 . Визначити різницю потенціалів на кінцях провідника.

3.2.8 Через мідний провідник перерізом $0,8 \text{ мм}^2$ протікає струм $I=80 \text{ мА}$. Знайти швидкість впорядкованого руху електронів вздовж провідника, припустивши, що на кожний атом міді припадає один вільний електрон. Густина міді $\rho=8,9 \text{ г/см}^3$.

3.2.9 Дві електричні лампочки з опорами $R_1=350 \text{ Ом}$ та $R_2=240 \text{ Ом}$ включені в коло паралельно. Яка з лампочок споживає більшу потужність? У скільки разів?

3.2.10 Елемент замикають спочатку на зовнішній опір $R_1=2 \text{ Ом}$, а потім на опір $R_2=0,5 \text{ Ом}$. Знайти е.р.с. $\mathcal{E}$ елемента та його внутрішній опір r , якщо відомо, що в кожному з цих випадків потужність, яка виділяється в зовнішньому колі, однакова та дорівнює $P=2,54 \text{ Вт}$.

3.2.11 Різниця потенціалів між точками A та B дорівнює $U=9 \text{ В}$. Є два провідники з опорами $R_1=5 \text{ Ом}$ і $R_2=3 \text{ Ом}$. Знайти кількість теплоти Q , яка виділяється в кожному провіднику за одиницю часу, якщо провідники між точками A і B з'єднані: а) послідовно; б) паралельно

3.2.12 Вольтметр, увімкнений в коло послідовно з опором R , показав напругу $U=198 \text{ В}$, а при такому самому вмиканні з опором R_1 показав напругу $U_1=198 \text{ В}$, а при такому самому вмиканні з опором $R_2=2R_1$ показав напругу $U_2=180 \text{ В}$. Визначити опір R_1 та напругу в колі, якщо опір вольтметра $r_v=900 \text{ Ом}$.

3.2.13 Визначити силу струму, що показує амперметр у схемі (рис. 3.19). Напруга на зажимах елемента в замкненому колі дорівнює U . Вважати опори R_1, R_2, R_3 відомими. Опором амперметра знехтувати.

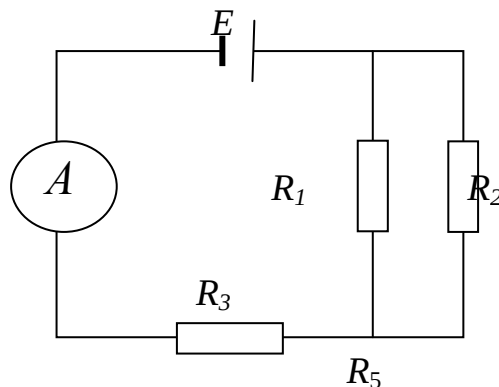


Рисунок 3.19

3.2.14 Визначити опір ділянки кола між точками A і B (рис. 3.20), якщо опори $R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_9 = 1 \text{ Ом}$, а $R_2 = R_4 = R_6 = 20 \text{ Ом}$.

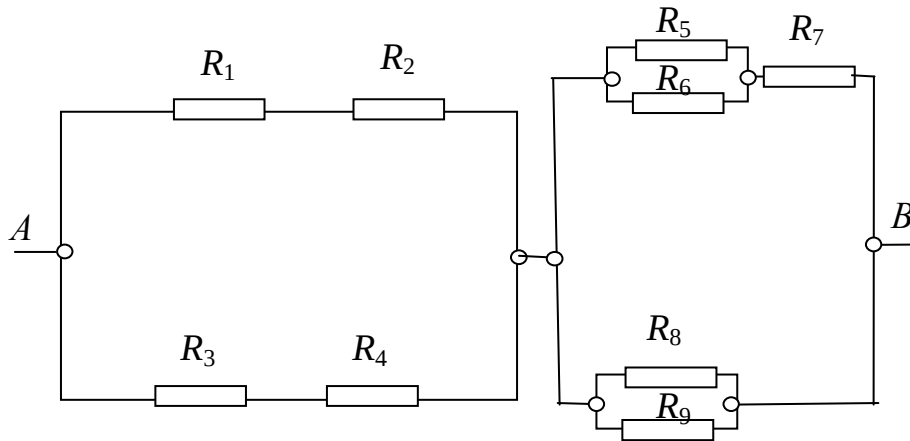


Рисунок 3.20

3.2.15 Елемент з електрорушійною силою $\varepsilon = 1,1 \text{ В}$ і внутрішнім опором $r = 1 \text{ Ом}$, замкнений на зовнішній опір $R = 9 \text{ Ом}$. Знайти струм у колі, падіння потенціалу U в зовнішньому колі і падіння потенціалу U в середині елемента. З яким к.к.д. працює елемент?

3.2.16 Визначити струм короткого замикання джерела струму, якщо при зовнішньому опорі $R_1 = 50 \text{ Ом}$ струм в колі $I_1 = 0,2 \text{ А}$, а при $R_2 = 110 \text{ Ом}$ - струм $I_2 = 0,1 \text{ А}$.

3.2.17 е.р.с. батареї $\varepsilon = 120 \text{ В}$, опір $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$ (рис. 3.18). Амперметр показує струм $I = 2 \text{ А}$. Знайти потужність P , яка виділяється в опорі R_1 .

3.2.18 Е.Р.С. батареї $\varepsilon = 100 \text{ В}$, опори $R_1 = R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 80 \text{ Ом}$, $R_4 = 34 \text{ Ом}$ (рис. 3.21). Знайти струм I_2 , який проходить через опір R_2 , падіння напруги U_2 на ньому.

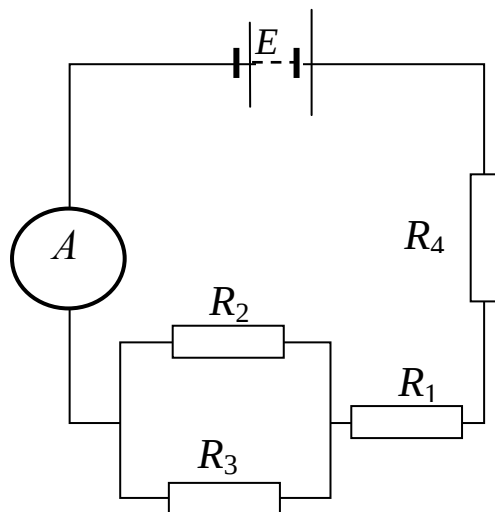


Рисунок 3.21

3.2.19 Знайти внутрішній опір r генератора, якщо відомо, що потужність P , яка виділяється у зовнішньому колі, однакова при зовнішніх опорах $R_1=5$ Ом, і $R_2=0,2$ Ом. Знайти к.к.д. η генератора в кожному з цих випадків

3.2.20 Батарея з електрорушійною силою $\varepsilon=10$ В і внутрішнім опором $r=1$ Ом має к.к.д. $\eta=0,8$ (рис. 3.22). Падіння напруги на опорах R_1 і R_2 дорівнюють 4 В. Який струм показує амперметр, якщо $R_3=5$ Ом?

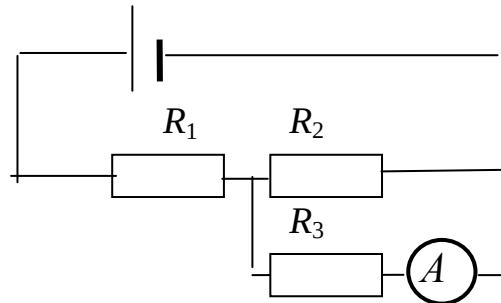


Рисунок 3.22

3.2.21 Електрична плитка потужністю 1 кВт із ніхромовою спіраллю може включатися в коло з напругою 220 В. Питомий опір ніхрома при 0°C $\rho_0=1$ мОм·м, а температурний коефіцієнт опору $\alpha=0,4\times 10^{-3}$ К $^{-1}$. Скільки метрів проволоки діаметром 0,5 мм треба взяти для виготовлення спіралі, якщо температура розжарювання спіралі 900°C ?

3.2.22 Визначити напруженість електричного поля в алюмінієвому провіднику об'ємом $V=10$ см 3 , якщо при проходженні по ньому сталого струму за 5 хв. виділилась кількість теплоти $Q=2,3$ кДж. Питомий опір алюмінія $\rho=26$ нОм·м.

3.2.23 Елемент, опір та амперметр з'єднані послідовно. Елемент має е.р.с. $\varepsilon=2$ В та внутрішній опір $r=0,4$ Ом. Амперметр показує струм $I=1$ А. З яким к.к.д. η працює елемент?

3.2.24 Два паралельно з'єднаних елемента з однаковими е.р.с. $\varepsilon_1=\varepsilon_2=2$ В і внутрішні опори $r_1=1$ Ом і $r_2=1,5$ Ом замкнені на зовнішній опір $R=1,4$ Ом (рис. 3.23). Знайти струм в кожному з елементів і в усьому колі.

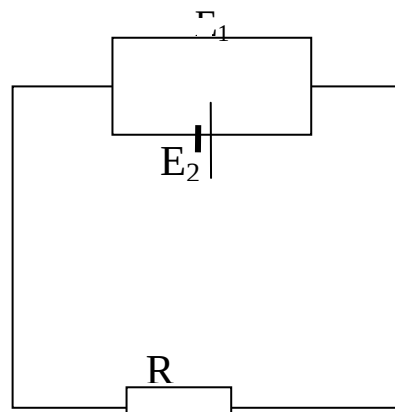


Рисунок 3.23

3.2.25 Два послідовно з'єднаних елемента з однаковими е.р.с. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В і внутрішні опори $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 1,5$ Ом замкнені на зовнішній опір $R = 0,5$ Ом (рис. 3.24). Знайти різницю потенціалів на кожному з елементів.

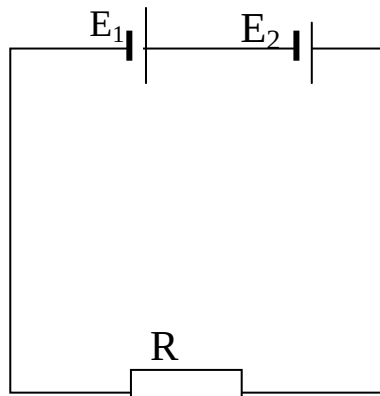


Рисунок 3.24

3.2.26 Від батареї з е.р.с. $\varepsilon = 500$ В треба передати енергію на відстані $l = 2,5$ км. Потужність, що споживається при цьому, дорівнює $P = 10$ кВт. Знайти мінімальні втрати ΔP потужності в мережі.

3.2.27 Від генератора з е.р.с. $\varepsilon = 110$ В необхідно передати енергію на відстань $l = 250$ м. Потужність, яка споживається $P = 1$ кВт. Знайти мінімальний переріз мідних підвідних проводів, якщо втрати потужності в мережі не повинні перевищувати 1%.

3.2.4 Контрольні питання

- 1 Що називають силою струму?
- 2 Як сила струму пов'язана з зарядом, що переноситься через поверхню?
- 3 Що називається густиною струму?
- 5 Що називається електрорушійною силою?
- 6 Як електрорушійна сила пов'язана з напруженістю поля сторонніх сил?
- 7 Що називається падінням напруги (напругою) на даній ділянці кола?
8. В якому випадку напруга співпадає з різницею потенціалів?
9. Яка ділянка кола називається однорідною?
- 10 Як формулюється закон Ома для однорідної ділянки кола?
- 11 Яка ділянка кола називається неоднорідною?
- 12 Як формулюється закон Ома для неоднорідної ділянки кола?
- 13 Як формулюється закон Ома для замкненого кола?
- 14 Чому дорівнює коефіцієнт кокисної дії джерела струму?
14. Як формулюється закон Ома для неоднорідної ділянки кола?
- 15 Як в електричне коло підключають амперметр?

- 16 Як можна розширити межі вимірювання амперметра?
- 17 Як в електричне коло підключають вольтметр?
- 18 Як визначається робота електричного струму?
- 19 Як формулюється закон Джоуля - Ленца?
- 20 Як кількість теплоти, що виділяється в провіднику, пов'язана з роботою джерела струму?
- 21 Чому дорівнює коефіцієнт корисної дії нагрівального приладу?
- Що називається потужністю струму?
- 22 Що називається опором провідника?
- 23 Від яких величин залежить опір провідника?
- 24 Як визначається опір провідників, що з'єднані послідовно?
- 25 Як визначається опір провідників, що з'єднані паралельно?
- 26 При якому значенні зовнішнього опору струм в зовнішньому колі максимальний?
- 27 При якому значенні зовнішнього опору максимальною буде корисна потужність?
- 28 Як опір металу залежить від температури?
- 29 Яку залежність опору від температури дає класична електронна теорія електропровідності металів?
- 30 У чому полягають труднощі класичної теорії електропровідності металів?
- 31 Як формулюється закон Ома в диференціальній формі?
- 32 Що називається коефіцієнтом електропровідності (провідністю) середовища?
- 33 Як провідність зв'язана з питомим опором?

4 МАГНЕТИЗМ

4.1 МАГНІТНЕ ПОЛЕ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

4.1.1 Основні поняття та формули

Навколо будь-якого рухомого заряду, чи то електрон, іон, чи заряджене тіло, існує електричне поле і магнітне поле.

Кількісною характеристикою магнітного поля є магнітна індукція - силова характеристика магнітного поля, яка визначається максимальною силою, що діє на одиничний елемент струму:

$$B = \frac{dF_{\max}}{Idl},$$

або максимальним обертальним моментом, що діє на контур з одиничним магнітним моментом

$$B = \frac{dM_{\max}}{IdS}, .$$

За напрямок індукції магнітного поля береться напрямок магнітного моменту поля, який знаходиться у рівноважному положенні у цьому полі.

Напрямок ліній магнітної індукції визначається за правилом свердлика: якщо вкручувати свердлик за напрямком руху струму у провіднику, то напрямок руху його рукоятки покаже напрям ліній магнітної індукції.

Сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент довжини провідника dl зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, прямо пропорційна до сили струму I у провіднику і до векторного добутку елемента довжини $d\vec{l}$ на магнітну індукцію $\vec{B}$:

$$\vec{F} = [I d\vec{l}, \vec{B}]$$

Модуль сили Ампера розраховується за формулою

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

де dl – елемент довжини провідника;

α – кут між напрямком струму у провіднику і вектором магнітної індукції B .

Для однорідного магнітного поля і прямого відрізка провідника закон Ампера має вигляд

$$F = IBl \sin \alpha .$$

Диференціальний закон Біо-Савара-Лапласа у векторній формі:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Модуль індукції магнітного поля малого елемента провідника зі струмом

$$dB = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

де μ - магнітна проникність ізотропного середовища;

μ_o - магнітна постійна.

r - радіус-вектор, напрямлений від елемента провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція;

α - кут між радіусом-вектором і напрямком струму в елементі провідника.

Для магнітного поля справедливий принцип суперпозиції магнітних полів: індукція магнітного поля, створеного декількома струмами, або рухомими зарядами, дорівнює векторній сумі магнітних полів, що створені кожним струмом або рухомих зарядом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n.$$

Магнітна індукція поля, яке створене у вакуумі струмом I , що тече по провіднику скінченної довжини і довільної форми, дорівнює

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \int_l \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком провідника зі струмом (рис. 4.1):

$$B = \frac{\mu\mu_o I}{4\pi r_o} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

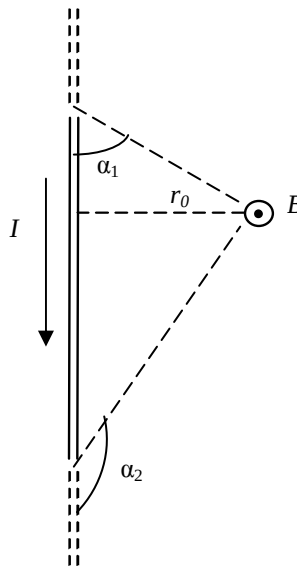


Рисунок 4.1

Позначення ясні з рисунка 4.1. Напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ позначено точкою. Це значить, що вектор $\vec{B}$ спрямований перпендикулярно площині рисунка (до спостерігача).

Магнітна індукція поля прямолінійного нескінченного провідника

$$B = \frac{\mu\mu_o I}{2\pi \cdot r_o},$$

де r_o – відстань від осі провідника до точки, у якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція на осі кругового струму

$$B = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

де R – радіус кругового витка.

h – відстань від центра витка до точки, у якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція в центрі кругового струму

$$B = \frac{\mu\mu_o I}{2R}.$$

Розрахувати магнітну індукцію можна за допомогою теореми про циркуляцію вектора магнітної індукції:

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

Магнітна індукція поля довгого соленоїда:

$$B = \mu\mu_o I n,$$

де n - відношення кількості витків соленоїда до його довжини.

Магнітний момент плоского контуру зі струмом

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

де - $\vec{n}$ одиничний вектор нормалі (позитивної) до площини контуру;

I - сила струму, що протікає контуром;

S - площа контуру.

4.1.2 Методичні вказівки та приклади розв'язання задач

Вивчаючи розділ «Магнітне поле», студент повинен приділити особливу увагу закону Ампера, знати й уміти застосовувати закон Біо - Савара - Лапласа для розрахунку магнітної індукції або напруженості магнітного поля прямолінійного й кругового струмів, а також закон повного струму (циркуляція вектора магнітної індукції) для розрахунку магнітного поля тороїда й довгого соленоїда.

1 Задачі з електромагнетизму на розрахунок магнітної індукції $\vec{B}$ при заданому розподіленні струмів, що створюють магнітне поле, розв'язуються за допомогою закону Біо - Савара - Лапласа та принципу суперпозиції магнітних полів. Щоб одержати правильний результат при їх застосуванні, необхідно знати напрямки векторів $d\vec{B}$ або $\vec{B}_i$, що додаються. Як це виходить із закону Біо-Савара-Лапласа, вектор $d\vec{B}$ завжди перпендикулярний до площини, в якій лежать вектори $d\vec{l}$ і $\vec{r}$. Усі елементарні вектори $d\vec{B}$ напрямлені вздовж однієї прямої, тому геометричне додавання замінюється на алгебраїчне. В інших випадках, коли вектори $d\vec{B}$ не лежать на одній прямій, то інтеграл $\vec{B} = \int_l d\vec{B}$ визначають аналогічно задачам електростатики при визначенні вектора $\vec{E}$. Якщо магнітне поле має осьову симетрію і точка, в якій визначають магнітну індукцію, лежить на цій осі, то шуканий вектор $\vec{B}$ напрямлений вздовж цієї осі. Його величина визначається інтегралом

$$B = \int_l dB_x,$$

де dB_x - складова вектора $d\vec{B}$ вздовж осі симетрії поля.

Закон Біо - Савара - Лапласа, а отже, і формули, що виведені з його допомогою, справедливі лише для лінійних струмів.

При розв'язанні задач на визначення індукції магнітного поля яке створене нерухомими провідниками зі струмом необхідно знати вирази для індукцій найпростіших полів: поля прямого нескінченно довгого і кінцевого струму, поля на осі витка і т.д.

2 У тих випадках, коли конфігурація струмів достатньо симетрична, розрахунки симетричних магнітних полів значно спрощуються завдяки застосуванню теореми про циркуляцію вектора магнітної індукції. При цьому важливо, щоб через точку, в якій вимагається визначити вектор $\vec{B}$, можна було б провести замкнений контур, що співпадає з лінією магнітної індукції поля, для всіх точок якого виконувалась би умова $B = \text{const}$. У цьому випадку для всіх елементів контуру $\cos(\vec{B} \wedge d\vec{l}) = 1$, і закон повного струму набуде вигляду:

$$BL = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

3 Вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ є допоміжною величиною, яку вводять для описування поля в магнітних середовищах. Якщо в задачі вимагається визначити напруженість магнітного поля у вакуумі, то знайшовши магнітну індукцію B одним з описаних вище методів, легко визначити напруженість H , використавши співвідношення

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Приклад 4.1.1. Двома нескінченно довгими провідниками, відстань між якими $a=0,3$ м, у протилежних напрямках проходять струми силою $I_1=I_2=I=10,0$ А (рис. 4.2). Визначити індукцію магнітного поля B точці A , що віддалена від першого і другого провідників відповідно на відстані $a_1=0,15$ м, $a_2=0,20$ м.

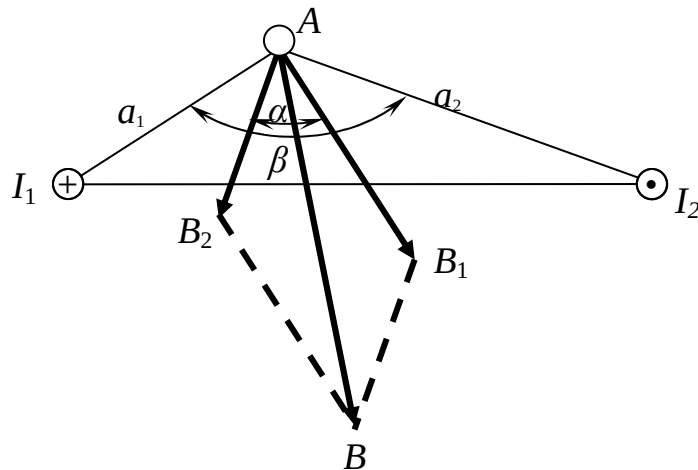


Рисунок 4.2

Розв'язання. Магнітне поле утворюється двома нерухомими провідниками з однаковими струмами. Згідно з принципом суперпозиції полів магнітна індукція в точці A дорівнює векторній сумі магнітних індукцій, що створені кожним струмом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Точка A і обидва паралельні провідники не лежать в одній площині. Тому вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ не колінеарні. Нехай кут між ними позначимо α . Тоді модуль вектора $\vec{B}$ згідно з теоремою косинусів дорівнює

$$\hat{A} = \sqrt{\hat{A}_1^2 + \hat{A}_2^2 + 2\hat{A}_1\hat{A}_2\cos\alpha}. \quad (4.1)$$

Величини магнітних індукцій, що створені кожним із довгих провідників, визначаються відповідно за формулами:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a_2}. \quad (4.2)$$

Щоб визначити $\cos\alpha$, що входить до формули (4.1), врахуємо, що кожний вектор лежить у площині, перпендикулярній відповідному провіднику зі струмом. На рисунку 4.2 обидва провідники зображені їх перерізами. Відповідно із заведеним позначенням струм I_1 показаний напрямленим від спостерігача, струм I_2 - до спостерігача. Вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ зображені так, що їх напрямок пов'язаний з напрямком відповідного струму правилом правого свердлика.

Нехай кут між відрізками a_1 і a_2 дорівнює β . Оскільки кожний з векторів перпендикулярний відповідному відрізку, повинно виконуватись рівняння

$$\alpha + \beta = \pi. \quad (4.3)$$

За теоремою косинусів маємо

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos\beta. \quad (4.4).$$

Із формул (4.3) і (4.4) одержимо

$$\cos\alpha = -\cos\beta = \frac{a^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}. \quad (4.5)$$

Підставивши в (4.1) вирази (4.2) і (4.5), одержимо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{2}{a_1a_2} \left(\frac{a^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2} \right)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Ia}{a_1a_2}.$$

Відставимо числові значення величин і виконаємо розрахунки:

$$\hat{A} = \frac{4\pi \cdot 10,0 \cdot 0,30}{2\pi \cdot 0,15 \cdot 0,20} = 2,0 \times 10^{-5} (\text{Оє}) = 20 \text{ мкОє}.$$

Розв'язок: $B=20$ мкТл.

Приклад 4.1.2 По тонкому кільцю проходить струм $I=80$ А. Кут $\alpha=\pi/6$. Визначити магнітну індукцію B в точці, рівновіддаленій від точок кільця на відстань r (рис. 4.3).

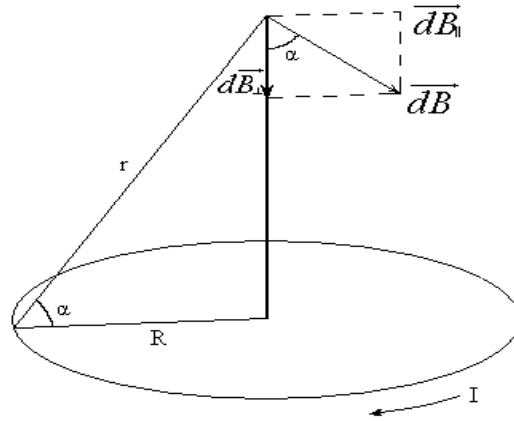


Рисунок 4.3

Розв'язання. Магнітна індукція нескінченно малого елемента струму Idl визначається за законом Біо – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[Id\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

На кільці виділимо елемент струму Idl . Величина магнітної індукції дорівнює

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin(\angle \vec{l}, \vec{r})}{r^2}.$$

За принципом суперпозиції магнітна індукція кільця зі струмом визначається інтегралом:

$$\vec{B} = \int_0^l d\vec{B}.$$

Напрямок $d\vec{B}$ визначається за правилом правого свердлика. Розкладемо вектор $d\vec{B}$ на складові - паралельну площині кільця $d\vec{B}_{\parallel}$ і перпендикулярну до площини кільця $d\vec{B}_{\perp}$.

Проекції цих векторів дорівнюють:

$$dB_{\parallel} = dB \sin \alpha, \quad dB_{\perp} = dB \cos \alpha$$

Тоді

$$\vec{B} = \int_0^L \vec{B}_{\parallel} + \int_0^L \vec{B}_{\perp}.$$

Через симетрію:

$$\int_0^l d\vec{B}_\Pi = 0.$$

Замінемо векторну суму скалярною:

$$\hat{A} = \int_0^l dB \cos \alpha;$$

$$\hat{A} = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \alpha = \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi r^2} \cdot 2\pi R;$$

$$B = \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{2r}.$$

Зробимо розрахунок:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \times 10^{-7} \cdot 80 \cdot \cos \frac{\pi}{6}}{2 \cdot 0,1} = 435 \times 10^{-6} \text{ Ґё.}$$

Розв'язок: $B=0,44 \text{ мТл.}$

Приклад 4.1.3 По нескінченно довгому провіднику вигнутому так, як це зображено на рисунку 4 4, протікає струм $I = 80 \text{ А}$. Визначити магнітну індукцію B поля в точці O створеного цим струмом. Радіус дуги кола $R = 10 \text{ см}$

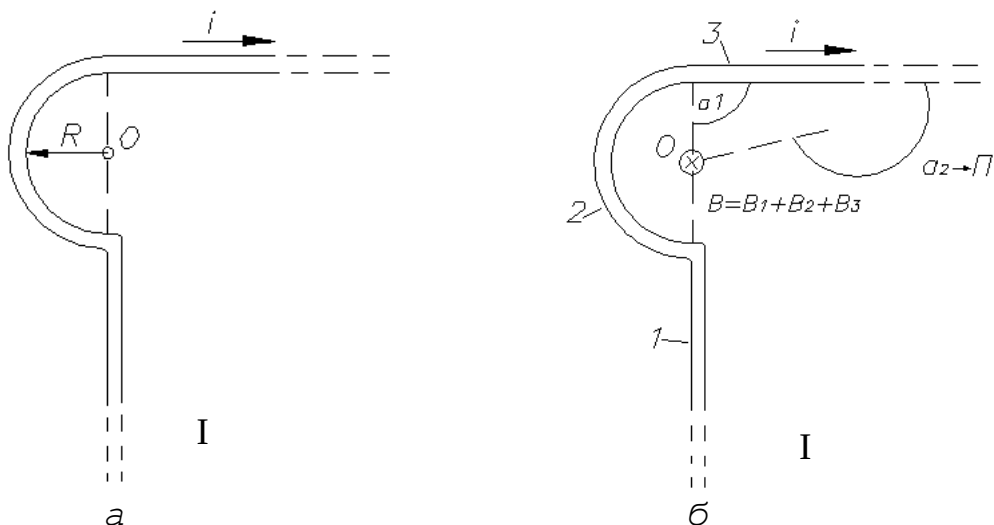


Рисунок 4.4

Розв'язання. Магнітну індукцію B в точці O знайдемо, застосувавши принцип суперпозиції магнітних полів

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i.$$

Вигнутий провідник можна розділити на три ділянки (рис. 4.4, б): два прямолінійних провідника (1 і 3), один кінець яких виходить в нескінченність, та дугу півкола (2) радіуса R .

Тоді:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Враховуючи напрям струму в кожному з провідників, визначаємо за допомогою правила свердлика напрямки магнітних індукцій, що створені цими провідниками. Вектори $\vec{B}_2$ і $\vec{B}_3$ провідників 2 і 3 напрямлені перпендикулярно площині рисунка 4.4 а від спостерігача.

Так як точка O лежить на осі провідника 1 (див. рис. 4.4, б), то магнітна індукція цієї ділянки дорівнює нулю $\vec{B}_1 = 0$

Отже магнітна індукція в точці O дорівнює:

$$B = B_2 + B_3$$

Магнітну індукцію провідника 2 можна знайти, використавши вираз для магнітної індукції в центрі колового провідника зі струмом I

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

врахувавши, що магнітна індукція B_2 створюється в точці O половиною такого колового провідника

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнітну індукцію провідника 3 знайдемо, використавши формулу для нескінченного прямого струму

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

У даному випадку $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos \alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos \alpha_2 = -1$).

Тоді

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Врахувавши вирази для B_2 і B_3 , одержимо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

або

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 1).$$

Проведемо розрахунки:

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (3,14 + 1) = 3,312 \times 10^{-4} \text{ (Тл)}.$$

Розв'язок: $B = 331 \text{ мкТл}$

4.1.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок розв'язання

4.1.1 Визначити магнітну індукцію і напруженість магнітного поля прямого нескінченно довгого провідника зі струмом $I=30 \text{ А}$ на відстані $a=10 \text{ см}$ від нього. Показати напрямки цих векторів для різних напрямків струму у провіднику

4.1.2 Знайти напруженість магнітного поля в центрі кругового дротяного витка радіусом $R=5 \text{ см}$, по якому проходить струм $I=9 \text{ А}$. Як зміниться напруженість магнітного поля, якщо сила струму зміниться на 2 А ?

4.1.3 На рисунку 4.5 зображені перерізи двох прямолінійних нескінченно довгих провідників зі струмами. Відстань між провідниками $AB=8 \text{ см}$, струми $I_1=20 \text{ А}$ і $I_2=10 \text{ А}$. Знайти індукцію магнітного поля, створеного струмами в точках M_1 , M_2 і M_3 , якщо відстані $M_1A=2 \text{ см}$, $AM_2=1,5 \text{ см}$ і $BM_3=3 \text{ см}$.

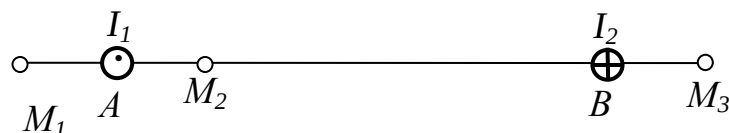


Рисунок 4.5

4.1.4 По двох нескінченно довгих прямих паралельних проводах проходять однакові струми $I=60 \text{ А}$. Визначити магнітну індукцію B у точці A (рис. 4.6), яка рівновіддалена від проводів на відстань $d=1 \text{ см}$. Кут $\beta=\pi/3$.

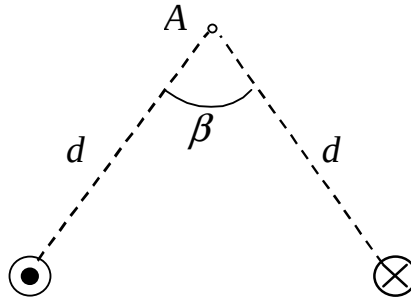


Рисунок 4.6

4.1.5 Двома нескінченно довгими проводами, схрещеними під прямим кутом, течуть струми I_1 і $I_2=2I_1$ ($I_1=100$ А). Визначити магнітну індукцію B у точці A , яка рівновіддалена від проводів на відстань $d=10$ см (рис. 4.7).

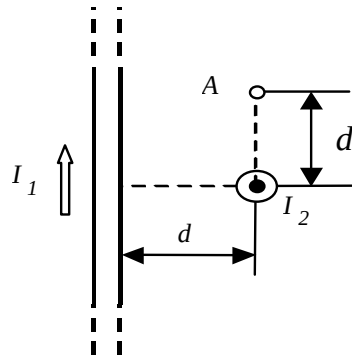


Рисунок 4.7

4.1.6 Нескінченно довгий провідник зі струмом $I=50$ А зігнутий так, як це показано на рисунку 4.8. Визначити магнітну індукцію B у точці A , що лежить на бісектрисі прямого кута на відстані $d=10$ см від його вершини.

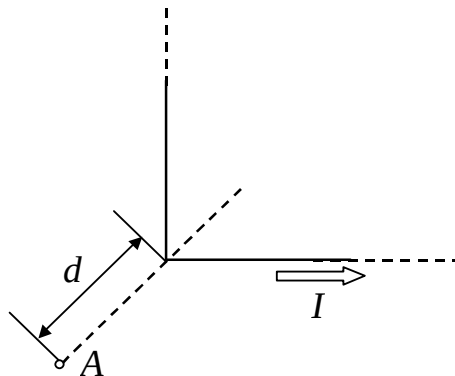


Рисунок 4.8

4.1.7 Два кругових витка зі струмами $I_1=I_2=10$ А розміщені в двох взаємно перпендикулярних площинах так, що центри цих витків співпадають. Радіус кожного витка $R=2$ см. Знайти напруженість магнітного поля в центрі цих витків.

4.1.8 Котушка довжиною $l=30$ см має $N=1000$ витків. Знайти напруженість магнітного поля в середині котушки, якщо нею протікає струм $I=2$ А. Діаметр котушки вважати малим порівняно з її довжиною.

4.1.9 Який струм проходить нескінченно довгими прямолінійними провідниками (рис. 4.9), якщо в точці A напруженість магнітного поля $H=100$ А/м. Відстань $d=10$ см.

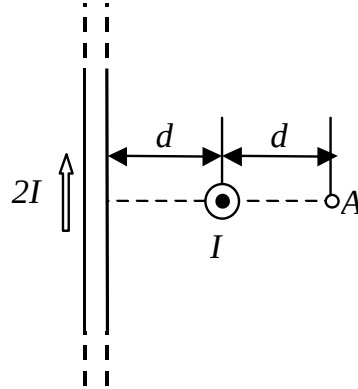


Рисунок 4.9

4.1.10 По тонкому кільцю радіусом $R=20$ см проходить струм $I=100$ А. Визначити магнітну індукцію B на осі кільця в точці A (рис. 4.10). Кут $\beta=\pi/3$.

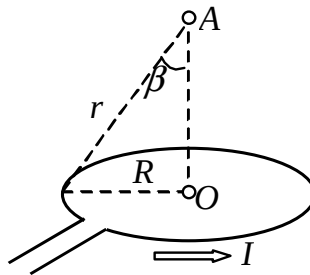


Рисунок 4.10

4.1.11 Магнітний момент тонкого провідного кільця $p_m=5$ А м². Визначити магнітну індукцію B у точці A , що знаходиться на осі кільця і віддалена від точок кільця на відстань $r=20$ см (рис. 4.11).

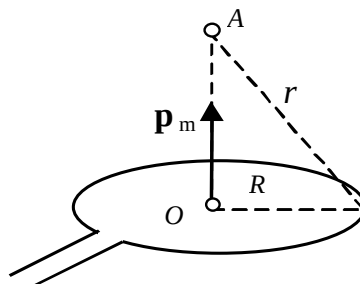


Рисунок 4.11

4.1.12 Нескінченно довгий провідник зі струмом $I=100$ А зігнутий так, як це показано на рисунку 4.12. Визначити магнітну індукцію B у точці O . Радіус дуги $R=15$ см.

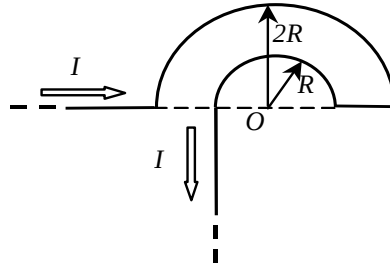


Рисунок 4.12

4.1.13 Нескінченно довгим провідником, вигнутим так, як це показано на рисунку 4.13, проходить струм $I=200$ А. Визначити магнітну індукцію B у точці O . Радіус дуги $R=10$ см.

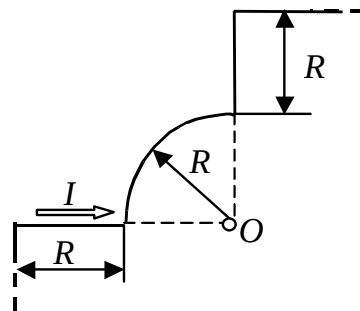


Рисунок 4.13

4.1.14 По тонкому кільцю проходить струм $I=30$ А. Визначити магнітну індукцію B у точці A , що рівновіддалена від точок кільця на відстань $r=10$ см (рис. 4.14). Кут $\alpha=\pi/6$.

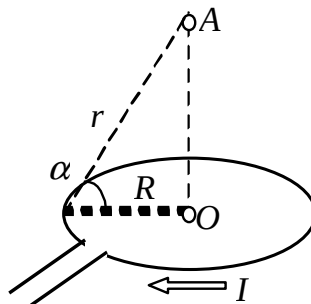


Рисунок 4.14

4.1.15 Струм, сила якого $I = 12$ А проходить по нескінченно довгому провіднику, який вигнутий так, як це показано на рисунку 4.15.

Визначити магнітну індукцію B у точці O . Радіус зігнутої частини провідника $R = 0,12$ м.

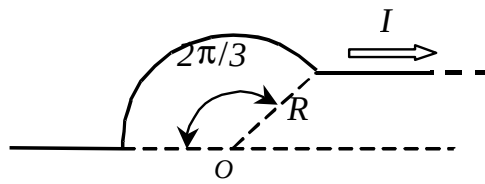


Рисунок 4.15

4.1.16 Дротяною рамкою, яка має форму правильного шестикутника, проходить струм $I = 2$ А. При цьому в центрі рамки утворюється магнітне поле напруженістю $H = 33$ А/м. Знайти довжину дроту, з якого виконана рамка.

4.1.17 По тонкому дротяному кільцю проходить струм. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форми квадрата. У скільки разів зміниться індукція магнітного поля в центрі контуру?

4.1.18 З нескінченно довгого проводу утворилося кільце, яке торкається до проводу. Проводом проходить струм $I = 5$ А. Знайти радіус витка, якщо напруженість магнітного поля в центрі витка $H = 41$ А.

4.1.19 У соленоїді завдовжки $l = 1$ м, що містить 1000 витків, рівномірно намотаних, проходить струм, сила якого $I = 1$ А. Діаметр соленоїда $D = 2$ см. Визначити індукцію магнітного поля B в точках, що лежать від його середини на відстані $x = 0; 25; 40; 45; 50; 60$ см

4.1.4 Контрольні питання

- 1 Що називається індукцією магнітного поля в даній точці?
- 2 За якою формулою визначається величина магнітної індукції?
- 4 Як проводять лінії магнітної індукції?
- 5 Сформулюйте і поясніть закон Біо - Савара - Лапласа.
- 6 Як застосувати закон Біо - Савара - Лапласа до розрахунку індукції магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником зі струмом?
- 7 Який вигляд мають лінії магнітної індукції магнітного поля, створеного нескінченно довгим провідником зі струмом?
- 8 Як визначити в даній точці напрямок вектора індукції магнітного поля, створеного прямолінійним провідником зі струмом?
- 9 Як розрахувати індукцію магнітного поля, створеного напів-нескінченим прямолінійним провідником зі струмом і прямолінійним провідником зі струмом скінченної довжини?
- 10 Як застосувати закон Біо – Савара – Лапласа до розрахунку індукції магнітного поля на осі колового струму?
- 11 Як визначити напрямок магнітної індукції на осі колового струму?

12 Який вигляд мають лінії індукції магнітного поля, створеного коловим витком зі струмом?

13 Як розрахувати індукцію магнітного поля в точці, крізь яку проходять осі декількох кругових струмів?

14 Сформулюйте принцип суперпозиції магнітних полів.

15 Поясніть, яким чином використовуючи принцип суперпозиції, можна розрахувати індукцію магнітного поля, що створене лінійними струмами різноманітних конфігурацій.

16 Зашипіть і сформулюйте закон повного струму для магнітного поля у вакуумі.

17 Як застосувати закон повного струму до розрахунку індукції магнітного поля довгого соленоїда і тороїда?

18 Що можна сказати про поле вектора, циркуляція якого не дорівнює нулю?

19 Чому дорівнює індукція магнітного поля довгого соленоїда і тороїда?

20 Що називають числом ампер-витків?

21 Скільки витків можна намотати на одиницю довжини соленоїда, якщо витки щільно розташовані один до одного?

22 Для чого треба намотувати декілька пластів обмотки?

23 Як застосувати закон повного струму для магнітного поля у вакуумі?

24 Як можна розрахувати індукцію магнітного поля в даній точці якщо магнітне поле не є симетричним, а струми, які утворюють його, не є лінійними? Як застосувати в цьому випадку принцип суперпозиції полів?

4.2 ДІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВІДНИКИ ЗІ СТРУМОМ І РУХОМІ ЗАРЯДИ

4.2.1 Основні поняття та формули

На елемент провідника зі струмом Idl у магнітному полі з магнітною індукцією $\vec{B}$ діє сила Ампера

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Модуль сили Ампера визначається за формулою

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

де dl – елемент довжини провідника;

α – кут між напрямком струму у провіднику і вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

Для однорідного магнітного поля і прямого відрізка провідника довжиною l закон Ампера має вигляд

$$F = IBl \sin \alpha .$$

Напрямок сили Ампера визначається за правилом векторного добутку, або правилом лівої руки.

Контур зі струмом характеризується магнітним моментом $\vec{p}_m$, який дорівнює добутку сили струму I , що протікає у контурі, на площу поверхні контура S . Магнітний момент плоского контура зі струмом:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} ,$$

де $\vec{n}$ - одиничний вектор нормалі до поверхні рамки.

Напрямок вектора магнітного моменту $\vec{p}_m$ збігається з напрямком $\vec{n}$ позитивної нормалі рамки.

На контур зі струмом в однорідному магнітному полі діє механічний (обертальний) момент.

Вектор обертального моменту $\vec{M}$, який діє на рамку зі струмом у магнітному полі, дорівнює векторному добутку магнітного моменту $\vec{p}_m$ контура на магнітну індукцію $\vec{B}$ зовнішнього магнітного поля:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}] .$$

Модуль орбітального моменту дорівнює:

$$M = p_m B \sin \alpha ,$$

де α - кут між векторами магнітного моменту $\vec{p}_m$ і магнітної індукції $\vec{B}$.

Відношення магнітного моменту p_m до механічного L моменту імпульсу зарядженої частинки, що рухається круговою орбітою:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} ,$$

де q - заряд частинки;

m - маса частинки.

На заряд q , що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}] .$$

Модуль сили Лоренца визначається за формулою:

$$F = qvB \sin \alpha ,$$

де v - швидкість зарядженої частинки;

α - кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку.

Якщо на рухомий електричний заряд, крім магнітного поля з індукцією $\vec{B}$, діє і електричне поле з напруженістю $\vec{E}$, то результуюча сила $\vec{F}$, яка прикладена до заряду q

$$\vec{F} = q\vec{E} + [\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

Якщо заряд влітає перпендикулярно до напрямку магнітної індукції, то він під дією сили Лоренца набуває нормального прискорення і рухається по колу.

Якщо заряд влітає під кутом до напрямку магнітної індукції, то траєкторія руху буде складною. Унаслідок додавання руху під дією сили Лоренца колом і прямолінійного рівномірного руху заряд рухається гвинтовою лінією.

Крок гвинтової лінії

$$h = v \cos \alpha \cdot T = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$$

Радіус гвинтової лінії

$$R = \frac{m v \sin \alpha}{qB}.$$

Напрямок, в якому закручується гвинтова лінія, залежить від знака заряду.

У металевій пластинці зі струмом, поміщеній в магнітне поле, виникає електричне поле, вектор напруженості якого перпендикулярний до вектора індукції магнітного поля і до вектора густини струму у пластинці. Це явище називається ефектом Холла. Різниця потенціалів між гранями пластинки товщиною b

$$\Delta \varphi = R_x \frac{BI}{b},$$

де I - сила струму;

B - магнітна індукція;

b - лінійні розміри пластинки в напрямку магнітного поля;

$R_x = \frac{1}{ne}$ - стала Холла;

n - концентрація носіїв струму;

e - заряд носіїв струму.

4.2.2 Методичні вказівки та приклади розв'язання задач

Якщо необхідно визначити силу, з якою задане магнітне поле діє на провідник зі струмом, то спочатку за формулою сили Ампера знаходять силу $d\vec{F}$, яка діє на довільний елемент dl довжини провідника, а потім інтегрують одержаний вираз за всією довжиною провідника, враховуючи напрямки векторів $d\vec{F}$, що додаються $\vec{F} = \int_l d\vec{F}$

Якщо розглядається замкнений контур, що знаходиться в магнітному полі, то необхідно звернути увагу на наступні випадки:

а) якщо магнітне поле однорідне, то на контур зі струмом діє обертальний момент, який визначається за формулою

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}],$$

під дією якого контур повертається так, що кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ зменшується. При $\alpha=0$ настає стан стійкої рівноваги контура в магнітному полі;

б) якщо магнітне поле неоднорідне, то на контур зі струмом діє сила, яка визначається за формулою

$$F = p_m \frac{dB}{dx} \cos(\vec{p}_m \wedge \vec{B}),$$

де x - напрямки найбільш швидкої зміни величини B .

Ця формула справедлива лише при слідуючих умовах: а) магнітне поле таке, що напрямки осі X і вектора $\vec{B}$ співпадають; б) контур зі струмом достатньо малий для того, щоб в усіх точках обмеженої ним площини можна було б вважати величину однаковою.

Загальний метод знаходження сили, що діє на контур зі струмом в неоднорідному магнітному полі, заснований на законі збереження енергії.

Задачі на рух класичних заряджених частинок ($v \ll c$) в магнітних і електричних полях розв'язуються такими самими методами, як і в механіці. Різниця тільки в природі сил, що діють на частинку. У даному випадку заряджені частинки рухаються тільки під дією сили, яка визначається за формулою $\vec{F} = Q\vec{E} + [\vec{v} \cdot \vec{B}]$ і складається з двох частин: електричної сили $\vec{F}_{ел} = Q\vec{E}$ і магнітної (лоренцевої) сили $\vec{F}_л = [\vec{v} \cdot \vec{B}]$.

Для розв'язання задач на рух заряду у електромагнітному полі, як правило, необхідно записати рівняння руху заряду - другий закон Ньютона. Для його запису в скалярній формі треба визначити напрямки векторів $\vec{F}_{ел}$ і $\vec{F}_л$. На позитивний заряд діє $\vec{F}_{ел}$, що співпадає з напрямком вектора $\vec{E}$. На негативний заряд діє сила $\vec{F}_{ел}$, яка протилежно напрямлена

до вектора $\vec{E}$. Магнітна сила завжди перпендикулярно напрямлена до векторів $\vec{B}$ і $\vec{v}$. Тому вона надає рухомій зарядженій частинці тільки нормального прискорення, не змінюючи її швидкості і отже не виконуючи роботи. Навпаки, сила $\vec{F}_{el}$ при переміщенні частинки завжди (за виключенням випадку, коли $\vec{v} \perp \vec{E}$) виконує роботу, що дорівнює зміні кінетичної енергії частинки.

Якщо заряджена частинка влітає в магнітне поле перпендикулярно до магнітної індукції, то сила Лоренца надає їй нормального прискорення і частинка рухається колом з постійною швидкістю. Якщо ж частинка влітає під деяким кутом до ліній магнітної індукції, то вона здійснює складний рух, траєкторія якого - гвинтова лінія. У цьому випадку рух частинки розглядається як сума двох незалежних рухів: колом зі швидкістю, яка перпендикулярна до магнітної індукції, і прямолінійно рівномірно вздовж напрямку магнітної індукції зі швидкістю, яка йому паралельна

Приклад 4.2.1. Двома паралельними прямими провідниками довжиною $l = 2,5$ м кожний, що знаходяться на відстані $d = 20$ см один від одного, протікають однакові струми $I_1 = I_2 = 1$ кА. Обчислити силу F взаємодії провідників зі струмами.

Взаємодія двох провідників, якими течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожний провідник зі струмом створює магнітне поле, що діє на інший провідник зі струмом. Припустимо, що обидва струми (позначимо їх I_1 і I_2) течуть в одному напрямку (рис. 4.16).

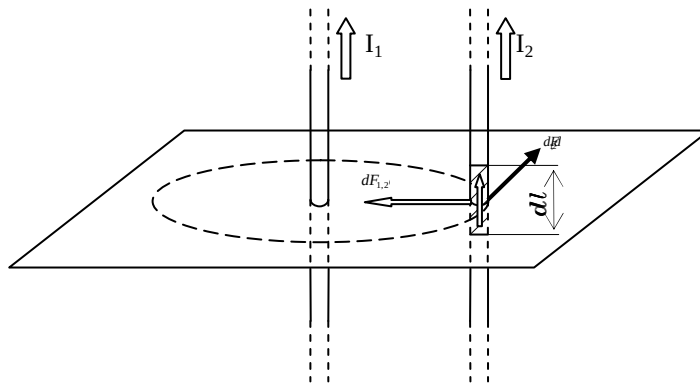


Рисунок 4.16

Обчислимо силу $F_{1,2}$, з якою магнітне поле, створене струмом I_1 , діє на провідник зі струмом I_2 . Для цього проведемо магнітну силову лінію так, щоб вона торкалася до провідника зі струмом I_2 (штрихова лінія на рис. 4.16). За дотичною до силової лінії проведемо вектор магнітної індукції $\vec{B}_1$. Модуль магнітної індукції B_1 , яку створює перший провідник, визначається за формулою

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}, \quad (4.6)$$

де μ_0 – магнітна постійна,

I_1 – сила струму у провіднику,

d – відстань від провідника до точки поля.

Відповідно до закону Ампера, на кожний елемент другого провідника зі струмом I_2 довжиною dl в магнітному полі діє сила

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl \sin(\vec{dl}, \vec{B}_1).$$

Якщо відрізок dl перпендикулярний до вектора $\vec{B}_1$, то $\sin(\vec{dl}, \vec{B}_1) = 1$, і тоді

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl. \quad (4.7)$$

Підставивши у вираз (4.7) B_1 з формули (4.6), одержимо

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу $F_{1,2}$ взаємодії провідників зі струмом знайдемо інтегруванням цього виразу за всією довжиною другого провідника. Також врахуємо, що за третім законом Ньютона сила, яка діє на перший провідник з боку другого, буде дорівнювати знайденій силі за модулем і протилежна їй за напрямком:

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2. \quad (4.8)$$

Враховуючи, що $I_1 = I_2 = I$ і $l_2 = l$, одержимо

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (у ньютоніях):

$$[F] = \frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{\text{А} \cdot \text{А} \cdot (\text{А})^2 \cdot \text{м}}{\text{м}} = \frac{\text{А}^4 \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{А}^4.$$

Виконаємо обчислення:

$$F_{1,2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} = 2,5 \text{ Н.}$$

Сила $\vec{F}_{1,2}$ співнапрямлена із силою $d\vec{F}_{1,2}$. Її напрямок визначається (у цьому випадку це простіше) правилом лівої руки.

Розв'язок: $F=2,5 \text{ Н.}$

Приклад 4.2.2. Провідник у вигляді тонкого півкільця радіусом $R=10 \text{ см}$ перебуває в однорідному магнітному полі ($B=50 \text{ мТл}$). У провіднику тече струм $I=10 \text{ А}$. Знайти силу F , що діє на провідник, якщо площина півкільця перпендикулярна лініям магнітної індукції, а проводи, що підводять струм, перебувають поза полем.

Розв'язання. Розташуємо провідник у площині креслення перпендикулярно лініям магнітної індукції (рис. 4.17) і виділимо на ньому малий елемент dl зі струмом. На цей елемент струму $I dl$ за законом Ампера буде діяти сила

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Напрямок цієї сили можна визначити за правилом векторного добутку або за правилом лівої руки.

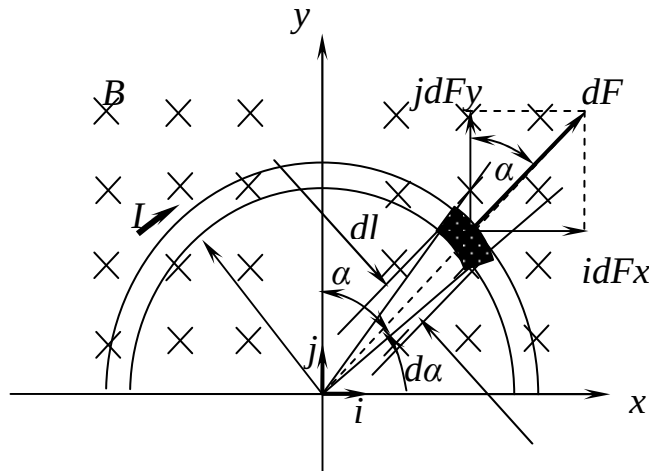


Рисунок 4.17

Використовуючи симетрію, виберемо координатні осі так, як це зображено на рисунку 4.17. Силу $d\vec{F}$ подамо у вигляді суми складових:

$$d\vec{F} = \vec{i} dF_x + \vec{j} dF_y,$$

де $\vec{i}$ і $\vec{j}$ – одиничні вектори (орти);

dF_x і dF_y – проекції вектора $d\vec{F}$ на координатні осі Ox і Oy .

Силу $\vec{F}$, що діє на весь провідник, знайдемо інтегруванням:

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \vec{i} \int_L dF_x + \vec{j} \int_L dF_y,$$

де символ L указує на те, що інтегрування ведеться за всією довжиною провідника L .

З міркувань симетрії перший інтеграл дорівнює нулю ($\int_L dF_x = 0$).

Тоді

$$\vec{F} = \vec{j} \int_L dF_y. \quad (4.9)$$

За рисунком 4.17 знаходимо, що

$$dF_y = dF \cdot \cos \alpha,$$

де dF – модуль вектора $d\vec{F}$.

Якщо вектор $I d\vec{l}$ перпендикулярний вектору $\vec{B}$, тоді

$$dF = IB dl.$$

Виразивши довжину дуги dl через радіус R і кут α , одержимо

$$dF = IB R d\alpha.$$

Тоді

$$dF_y = IB R \cos \alpha d\alpha.$$

Підставимо dF_y у формулу (4.9) і проінтегруємо в межах від $-\pi/2$ до $+\pi/2$:

$$\vec{F} = \vec{j} IB R \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha = 2 \vec{j} IB R.$$

З отриманого виразу видно, що сила $\vec{F}$ співнапрявлена за позитивним напрямком осі Oy .

Знайдемо модуль сили F :

$$F = |\vec{F}| = 2IBR.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (у ньютонках):

$$[F] = [I][B][R] = 1\text{А} \cdot 1\text{Тл} \cdot 1\text{м} = 1\text{А} \cdot \frac{1\text{В} \cdot 1\text{с}}{1\text{А} \cdot (1\text{м})^2} \cdot 1\text{м} = 1\text{В}.$$

Виконаємо обчислення:

$$F = 2 \cdot 10 \cdot 50 \times 10^{-3} \cdot 0,1 = 0,1 \text{ Н}.$$

Розв'язок: $F=0,1 \text{ Н}$.

Приклад 4.2.3. На тонкому кільці радіусом $R=10 \text{ см}$ рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=50 \text{ нКл/м}$. Кільце обертається відносно осі, що перпендикулярна до площини кільця і проходить через його центр, з частотою $n=10 \text{ с}^{-1}$. Визначити магнітний момент p_m , зумовлений обертанням кільця (рис. 4.18).

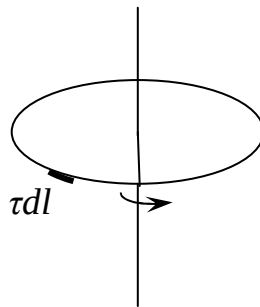


Рисунок 4.18

При обертанні зарядженого кільця зарядом dq створюється еквівалентний струм. Сила цього струму

$$I_{\text{екв}} = \frac{dq}{T} = ndq.,$$

де T – період обертання

n – частота обертання

Виділимо на кільці (див. рис. 4.18) елементарний відрізок довжиною dl . Заряд на цій ділянці дорівнює:

$$dq = \tau dl.$$

Магнітний момент контура з струмом визначається за формулою

$$p_m = IS,$$

де I – сила струму в контурі,

S – площа, що охоплюється даним контуром.

Тоді еквівалентний магнітний момент елементарного струму дорівнює:

$$dp_m = I_{\text{екв}} \cdot \pi R^2 = ndq \cdot \pi R^2 = n \cdot \tau dl \cdot \pi R^2 = n \tau \pi R^2 dl.;$$

$$dp_m = n \tau \pi R^2 dl. \quad (4.10)$$

Визначимо сумарний магнітний момент, що створюється зарядженим кільцем при його обертанні, проінтегрувавши вираз (4.10) за всією довжиною:

$$p_m = \int_0^{2\pi R} n \tau \pi R^2 dl = n \tau \pi R^2 \cdot 2\pi R = 2n \tau \pi^2 R^3.$$

Перевіримо формулу розмірністю:

$$[p_m] = \text{с}^{-1} \cdot \frac{\text{Вб}}{\text{л}} \cdot \text{л}^3 = \frac{\text{Вб}}{\text{л}} \cdot \text{л}^2 = \text{А} \cdot \text{л}^2.$$

Підставимо значення заданих величин і виконаємо розрахунки:

$$p_m = 2 \cdot 10^{50} \times 10^{-9} \cdot 314^2 \cdot 0,1^3 = 9,86 \times 10^9 \text{ А} \cdot \text{л}^2$$

Розв'язок: $p_m = 9,86 \text{ нА} \cdot \text{м}^2.$

Приклад 4.2.4. На дротяний виток радіусом $r=10$ см, поміщений між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент $M_{\text{max}} = 6,5$ мкН. Сила струму I у витку дорівнює 2 А. Визначити магнітну індукцію B поля між полюсами магніту. Дією магнітного поля Землі зневажити.

Розв'язання. Індукцію B магнітного поля можна визначити з виразу механічного моменту, що діє на виток зі струмом у магнітному полі,

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (4.11)$$

Якщо врахувати, що максимального значення механічний момент набуває при $\alpha = \pi/2$, а також що $p_m = IS$, то формула (4.11) набуде вигляду

$$M_{\max} = IBS.$$

Звідси, враховуючи, що $S = \pi r^2$, знаходимо

$$B = M_{\max} / (\pi r^2 I).$$

Підставивши задані величини в системі СІ, виконаємо обчислення:

$$B = \frac{6,5 \times 10^{-6}}{3,14 \cdot 0,1^2 \cdot 2} = 1,04 \times 10^{-4} \text{ Тл}.$$

Розв'язок: $B = 104 \text{ мкТл}$.

Приклад 4.2.5. Квадратна рамка зі стороною довжиною $a = 2 \text{ см}$, що містить $N = 100$ витків тонкого провідника, підвішена на пружній нитці, постійна крутіння C якої дорівнює $10 \text{ мкН} \cdot \text{м/град}$. Площина рамки співпадає з напрямком ліній індукції зовнішнього магнітного поля. Визначити індукцію зовнішнього магнітного поля, якщо при пропусканні рамкою струму $I = 1 \text{ А}$ вона повернулася на кут $\alpha = 60^\circ$ (рис. 4.19).

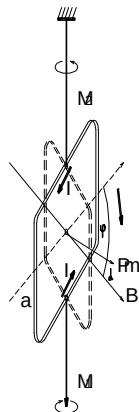


Рисунок 4.19

Розв'язання. Індукція B зовнішнього магнітного поля може бути знайдена з умови рівноваги рамки в магнітному полі. Рамка буде перебувати в рівновазі, якщо сума механічних моментів, що діють на неї, буде дорівнювати нулю:

$$\sum \vec{M} = 0. \quad (4.12)$$

У цьому випадку на рамку діють два моменти: $\vec{M}_1$ - момент сили, з яким зовнішнє магнітне поле діє на рамку із струмом, і $\vec{M}_2$ - момент пружних сил, що виникають при закручуванні нитки, на якій підвішена рамка. Отже, формула (4.12) може бути переписана у вигляді

$$\vec{M} + \vec{M}_2 = 0.$$

Виразивши M_1 і M_2 через величини, від яких залежать моменти сил,

$$M_1 = p_m B \sin \alpha, \quad M_2 = -C\varphi,$$

одержимо:

$$p_m B \sin \alpha - C\varphi = 0. \quad (4.13)$$

Знак «мінус» перед моментом M_2 ставиться тому, що цей момент протилежний за напрямком моменту M_1 .

Магнітний момент рамки зі струмом визначається за формулою

$$p_m = INS = Ia^2 N,$$

де I - сила струму в рамці;

$S = a^2$ - площа рамки;

N - кількість витків рамки.

Тоді рівність (4.13) перепишемо у вигляді:

$$NIa^2 B \sin \alpha - C\varphi = 0.$$

Звідки виразимо магнітну індукцію зовнішнього поля:

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2 \sin \alpha}.$$

На рисунку 4.18 видно, що $\alpha = \pi/2 - \varphi$, отже, $\sin \alpha = \cos \varphi$.
З врахуванням цього одержимо

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2 \cos \varphi}.$$

Якщо значення кута φ задане у градусах, тоді значення постійної крутіння C , розрахованої на градус, дорівнює $C = 10 \times 10^{-6} \text{ Ї} \cdot \text{рад} \cdot \text{с}^2$.

Підставимо дані і виконаємо обчислення:

$$B = \frac{10 \times 10^{-6} \cdot 60}{100 \cdot 1 \cdot (0,02)^2 \cdot 1/2} = 0,03 = 30 \text{ мТл}.$$

Розв'язок: $B = 30 \text{ мТл}$.

Приклад 4.2.6. Електрон, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів $U=400$ В, потрапив в однорідне магнітне поле з індукцією $B=1,5$ мТл. Визначити радіус кривизни траєкторії та частоту n обертання електрона в магнітному полі. Вектор швидкості перпендикулярний до ліній магнітного поля.

Розв'язання. На електрон, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца F (дією сили тяжіння можна знехтувати).

Сила Лоренца перпендикулярна до вектора швидкості, отже, створює доцентрове прискорення a_n . За другим законом Ньютона

$$F_L = ma_n.$$

Підставимо в цю формулу вирази для сили Лоренца та доцентрового прискорення, які визначаються за формулами:

$$F_L = e v B \sin \alpha; \quad a_n = \frac{v^2}{R}.$$
$$e v B \sin \alpha = \frac{v^2}{R},$$

де e - заряд електрона;

v - швидкість електрона;

B - індукція магнітного поля;

m - маса електрона;

R - радіус кривизни траєкторії;

α - кут між напрямком вектора швидкості $\vec{v}$ і вектора індукції $\vec{B}$ (згідно умови задачі $\alpha = 90^\circ$).

Виразимо радіус кривизни траєкторії:

$$R = \frac{m v}{e B}. \quad (4.14)$$

Виразимо кінетичну енергію T електрона, яку він одержав, пройшовши прискорювальну різницю потенціалів U :

$$T = eU.$$

Кінетична енергія T електрона, що рухається із швидкістю v , визначається за формулою

$$T = \frac{m v^2}{2} = \frac{m^2 v^2}{2m}.$$

Тоді

$$mv = \sqrt{2mT} = \sqrt{2meU}. \quad (4.15)$$

Підставивши вираз (4.15) у формулу (4.14), одержимо

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{eB}.$$

Підставивши задані числові значення величин, виконаємо обчислення:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,1 \times 10^{-31} \cdot 1,6 \times 10^{16} \cdot 400}}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 1,5 \times 10^{-3}} = 4,41 \times 10^{-2} (\text{і}).$$

Для визначення частоти обертання електрона в магнітному полі використаємо формулу, що зв'язує частоту n зі швидкістю v і радіусом R :

$$n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Підставивши вираз для радіуса кривизни (4.14), одержимо

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} \cdot B.$$

Проведемо розрахунки:

$$n = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot \frac{1,6 \times 10^{-16}}{9,1 \times 10^{-31}} \cdot 1,5 \times 10^{-3} = 4,21 \times 10^{-7} (\text{об/с}).$$

Розв'язок: $R = 4,41 \times 10^{-2} \text{ м}; n = 4,21 \times 10^7 \text{ об/с}.$

Приклад 4.2.7 Протон влетів в схрещені кутом $\alpha = 120^\circ$ магнітне поле з індукцією $B = 50 \text{ мТл}$ і електричне поле з напруженістю $E = 20 \text{ кВ/м}$. Визначити прискорення протона, якщо його швидкість $v = 4 \times 10^5 \text{ м/с}$ перпендикулярна до векторів $\vec{E}$ і $\vec{B}$.

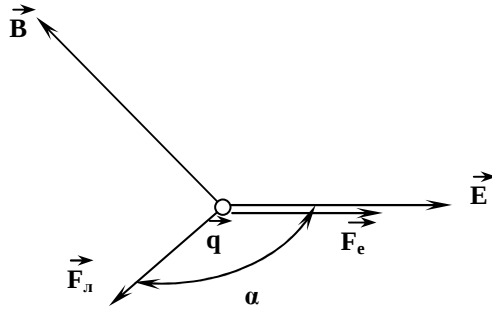


Рисунок 4.20

Розв'язання. На протон, що влетів в електромагнітне поле, діє електричне поле і магнітне поле. Під дією електричного поля протон рухається з прискоренням у напрямку напруженості електричного поля, а в магнітному полі під дією сили Лоренца перпендикулярно до магнітної індукції і напрямку швидкості.

Під дією цих сил протон рухається з прискоренням, яке можна визначити, застосувавши другий закон Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e + \vec{F}_L}{m}.$$

де F_e – електрична сила;

F_L - сила Лоренца;

m - маса протона.

Сила, що діє на протон з боку електричного поля визначається за формулою

$$F_e = q \cdot E,$$

де q - заряд протона;

E - напруженість електричного поля.

Вектор сили $\vec{F}_e$ напрямлений за напрямком вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля

Сила Лоренца $\vec{F}_L$ визначається за формулою (протон влітає перпендикулярно до магнітної індукції)

$$\vec{F}_L = qvB$$

і напрямлена під кутом 90° до вектора $\vec{B}$ і під кутом

$$\beta = 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 150^\circ$$

до вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$ і сили електричного поля $\vec{F}_e$.

Модуль результуючої сили визначається за теоремою косинусів:

$$F = \sqrt{F_e^2 + F_l^2 + 2F_e F_l \cdot \cos 150^\circ}.$$

Тоді прискорення, що одержав протон в електромагнітному полі, дорівнює:

$$a = \frac{\sqrt{F_e^2 + F_l^2 - 2F_e F_l \cdot \cos 30^\circ}}{m}. \quad (4.16)$$

Знайдемо значення діючих сил:

$$F_e = 1.6 \times 10^{-19} \cdot 2 \times 10^4 = 3.2 \times 10^{-15} (H),$$

$$F_l = 1.6 \times 10^{-19} \cdot 4 \times 10^5 \cdot 5 \times 10^{-2} = 3.2 \times 10^{-15} (H).$$

Підставимо знайдені значення сил у вираз (4.15) і проведемо розрахунки:

$$a = \frac{\sqrt{(3.2 \times 10^{-15})^2 + (3.2 \times 10^{-15})^2 - 2 \cdot 3.2 \times 10^{-15} \cdot 3.2 \times 10^{-15} \cdot \cos 30^\circ}}{1.67 \cdot 10^{-27}} \approx 10^{12} (m/s^2).$$

Розв'язок: $a \approx 10^{12} m/s^2$.

4.2.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок розв'язання

4.2.1 Квадратна дротяна рамка розташована в одній площині з довгим прямим провідником так, що дві її сторони паралельні провіднику. По рамці і провіднику течуть однакові струми $I=200$ А. Визначити силу F , що діє на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки перебуває від нього на відстані, що дорівнює її довжині.

4.2.3 Тонкий провід довжиною $l=20$ см зігнутий у вигляді півкільця і поміщений у магнітне поле ($B=10$ мТл) так, що площа півкільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. По проволу пропустили струм $I=50$ А. Визначити силу F , що діє на провід. Провідники, що підводять струм, наярмлені уздовж ліній магнітної індукції.

4.2.4 Тонке провідне кільце зі струмом $I=10$ А поміщено в однорідне магнітне поле ($B=80$ мТл). Площина кільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. Радіус R кільця дорівнює 20 см. Знайти силу F , що розтягує кільце.

4.2.5 По тонкому кільцю радіусом $R = 10$ см рівномірно

розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 50 \text{ нКл/м}$. Визначити магнітний момент p_m кільця, яке обертається з частотою $n=10 \text{ с}^{-1}$ відносно осі, що проходить через його центр перпендикулярно до його площини.

4.2.6 Диск радіусом $R = 8 \text{ см}$ несе рівномірно розподілений по поверхні заряд ($\sigma = 100 \text{ нКл/м}^2$). Визначити магнітний момент p_m , зумовлений обертанням диска, відносно осі, що проходить через його центр і перпендикулярно до площини диска. Кутова швидкість обертання диска $\omega = 60 \text{ рад/с}$.

4.2.7 Стрижень довжиною $l = 20 \text{ м}$ заряджений рівномірно розподіленим зарядом з лінійною густиною $\tau = 0,2 \text{ мКл/м}$. Стрижень обертається із частотою $n = 10 \text{ с}^{-1}$, відносно осі, перпендикулярної стрижню і проходить через його кінець. Визначити магнітний момент p_m , зумовлений обертанням стрижня.

4.2.8 Тонке кільце радіусом $R = 10 \text{ см}$ несе рівномірно розподілений заряд $Q = 30 \text{ нКл}$. Кільце обертається з кутовою швидкістю $\omega = 50 \text{ рад/с}$ відносно осі, що збігається з одним із діаметрів кільця. Знайти магнітний момент p_m , зумовлений обертанням кільця.

4.2.9 Із проводу довжиною 20 см зроблені квадратний і круговий контури. Знайти обертаючі моменти сил, що діють на кожний контур, які поміщені в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,1 \text{ Тл}$. По контурам протікає струм $I = 2 \text{ А}$. Площина кожного контуру складає кут $\alpha = 45^\circ$ до напрямку силових ліній поля.

4.2.10 На осі колового струму, сила якого $I = 1 \text{ А}$, а радіус $R = 10 \text{ см}$ на відстані $h = 2 \text{ м}$ від його центра розміщено невеликий виток, по якому протікає струм $I = 2 \text{ А}$. Вісь колового струму лежить у площині витка, площа якого 8 см^2 . Визначити механічний момент, що діє на виток.

4.2.11 По витку радіуса $R=2 \text{ см}$ проходить струм, сила якого $I = 0,5 \text{ А}$. Виток підвішений у магнітному полі Землі, горизонтальна складова якого $B_r = 20 \text{ мкТл}$. Коли виток перебуватиме в стійкій рівновазі і якою при цьому буде індукція магнітного поля в його центрі?

4.2.12 Потік α -частинок прискорених різницею потенціалів $U = 1 \text{ МВ}$, влітає в однорідне магнітне поле напруженістю $H = 1,2 \text{ кА/м}$. Швидкість кожної частинки напрямлена перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Знайти силу, що діє на кожну частинку.

4.2.13 Електрон рухається в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 4 \text{ мТл}$. Визначити період обертання електрона.

4.2.14 Знайти кінетичну енергію (в електронвольтах) T електрона, який рухається в магнітному полі з індукцією $B = 1 \text{ Тл}$ по дузі кола радіусом $R = 60 \text{ см}$.

4.2.15 Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу радіусом $R = 4 \text{ см}$ зі швидкістю $v = 10^6 \text{ м/с}$. Індукція магнітного поля $B = 0,3 \text{ Тл}$. Знайти заряд частинки, якщо відомо, що її кінетична енергія $T = 12 \text{ кеВ}$.

4.2.16 Електрон влетів в однорідне магнітне поле ($B=200 \text{ мТл}$) перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу еквівалентного кругового струму $I_{\text{екв}}$, створюваного рухом електрона в магнітному полі

4.2.17 Іон з кінетичною енергією $T=1 \text{ кеВ}$ потрапив в однорідне магнітне поле ($B=21 \text{ мТл}$) і став рухатися по колу. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного кругового струму.

4.2.18 Два іони різних мас із однаковими зарядами влетіли в однорідне магнітне поле, стали рухатися по колах радіусами $R_1=3 \text{ см}$ і $R_2=1,73 \text{ см}$. Визначити відношення мас іонів, якщо вони пройшли однакову прискорювальну різницю потенціалів.

4.2.19 Електрон влітає в однорідне магнітне поле напрямлене перпендикулярно до напрямку його руху. Швидкість електрона $v=4 \text{ Мм/с}$, індукція магнітного поля $B=1 \text{ мТл}$. Знайти тангенціальне і нормальне прискорення електрона в магнітному полі.

4.2.20 Однозарядний іон натрію прискорився різницею потенціалів $U=1 \text{ кВ}$ і влетів в однорідне поле перпендикулярно до ліній магнітної індукції ($B=0,5 \text{ Тл}$). Визначити відносну атомну масу A іона, якщо він описав коло радіусом $R=4,37 \text{ см}$.

4.2.21 Електрон прискорився різницею потенціалів $U=800 \text{ В}$ і, влетівши в однорідне магнітне поле $B=47 \text{ мТл}$, став рухатися гвинтовою лінією із кроком $h=6 \text{ см}$. Визначити радіус R гвинтової лінії.

4.2.22 Протон пройшов прискорювальну різницю потенціалів $U=300 \text{ В}$ і влетів в однорідне магнітне поле ($B=20 \text{ мТл}$) під кутом $\alpha=30^\circ$ до ліній магнітної індукції. Визначити крок h і радіус R гвинтової лінії, якою буде рухатися протон у магнітному полі.

4.2.23 Альфа-частинка, пройшовши прискорювальну різницю потенціалів U , стала рухатися в однорідному магнітному полі ($B=50 \text{ мТл}$) по гвинтовій лінії з кроком $h=5 \text{ см}$ і радіусом $R=1 \text{ см}$. Визначити прискорювальну різницю потенціалів, що пройшла альфа-частинка.

4.2.24 Однозарядний іон, потрапивши в магнітне поле ($B=0,01 \text{ Тл}$), став рухатися по колу. Визначити кінетичну енергію $T \text{ (еВ)}$ іона, якщо магнітний момент p_m його еквівалентного колового струму дорівнює $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

4.2.25 Іон, пройшовши прискорювальну різницю потенціалів $U=645 \text{ В}$, влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ($B=1,5 \text{ мТл}$) і електричне ($E=200 \text{ В/м}$) поля. Визначити відношення заряду іона до його маси, якщо іон у цих полях рухається прямолінійно.

4.2.26 Альфа-частинка влетіла в схрещені під прямим кутом магнітне ($B=5 \text{ мТл}$) і електричне ($E=30 \text{ кВ/м}$) поля. Визначити прискорення a альфа частинки, якщо її швидкість $v=2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ перпендикулярна векторам $\vec{B}$ і $\vec{E}$, причому сили, що діють із боку цих полів, протилежно спрямовані.

4.2.27 Електрон, що прискорений різницею потенціалів $U=1,2$ кВ, влітає у схрещені під прямим кутом однорідне магнітне і електричне поля. Визначити напруженість E електричного поля, якщо магнітна індукція поля дорівнює $B = 6$ мТл, а траєкторія руху електрона – пряма.

4.2.28 Однорідні магнітне ($B = 2,5$ мТл) і електричне ($E=10$ кВ/м) поля схрещені під прямим кутом. Електрон, швидкість якого дорівнює $v = 4 \times 10^6$ м/с, влітає в ці поля так, що сили, що діють на нього з боку магнітного й електричного полів, співнаправлені. Визначити прискорення a електрона.

4.2.29 Однозарядний іон літію масою $m=7$ а.е. м. пройшов прискорювальну різницю потенціалів $U=300$ В і влетів у схрещені під прямим кутом співнаправлені однорідні магнітне і електричне поля. Визначити магнітну індукцію B поля, якщо траєкторія іона в схрещених полях прямолінійна. Напруженість E електричного поля дорівнює 2 кВ/м.

4.2.30 Протон пройшов деяку прискорювальну різницю потенціалів U і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні поля: магнітне ($B= 5$ мТл) і електричне ($E= 20$ кВ/м). Визначити різницю потенціалів U , якщо протон у схрещених полях рухається прямолінійно.

4.2.31 Магнітне ($B = 2$ мТл) і електричне ($E = 1,6$ кВ/м) поля співнаправлені. Перпендикулярно векторам $\vec{B}$ і $\vec{E}$ влітає електрон зі швидкістю $v = 0,8$ Мм/с. Визначити прискорення a електрона.

4.2.32 У схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ($H=1$ МА/м) і електричне ($E = 50$ кВ/м) поля влетів електрон. При якій швидкості v (за модулем і напрямком) він буде рухатися в схрещених полях прямолінійно?

Контрольні запитання

- 1 Яка сила діє на провідник зі струмом в магнітному полі?
- 2 Як визначити величину і напрямок сили, що діє на провідник зі струмом в магнітному полі?
- 3 Що таке власний магнітний момент контура зі струмом?
- 4 Який напрямок має власний магнітний момент контура зі струмом?
- 5 Що називається моментом сили?
- 6 В якому випадку на контур із струмом, що поміщений в магнітне поле, діє обертальний момент сил?
- 7 Як визначається момент сили, що діє на рамку із струмом в магнітному полі?
- 8 Як визначається величина моменту сили, що діє на рамку із струмом в магнітному полі?
- 9 Як визначається напрямок моменту сили, що діє на рамку зі струмом в магнітному полі?

- 10 У якому випадку на рамку із струмомв магнітному полі не діє обертальний момент сил?
- 11 Яка сила діє на рухомий заряд в магнітному полі?
- 12 Чому дорівнює сила, що діє на рухомий заряд в магнітному полі?
- 13 Як напрямлена сила, що діє на рухомий заряд в магнітному полі?
- 14 В якому випадку заряджена частинка, що влетіла в магнітне поле, буде рухатись по колу?
- 15 Як визначається радіус кола, по якому буде рухатися частинка, що влетіла в однорідне магнітне поле?
- 16 У якому випадку заряджена частинка, що влетіла в магнітне поле, буде рухатись по гвинтовій лінії?
- 17 Від чого залежить радіус витка гвинтової лінії?
18. Як розрахувати шаг гвинтової лінії? Від чого він залежить?
- 19.Із яких умов можна знайти швидкість руху зарядженої частинки по гвинтовій лінії і її кінетичну енергію?
- 20 У чому полягає ефект Холла?
- 21 Чому дорівнює поперечна різниця потенціалів, що виникає при ефекті Холла?
- 22 Як постійна Холла зв'язана з концентрацією носіїв зарядів?

4.3 Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі. Електромагнітна індукція. Індуктивність

4.3.1 Основні поняття та формули

Потік вектора магнітної індукції (магнітний потік) через площу dS - це скалярна фізична величина, яка дорівнює:

$$d\Phi = (\vec{B}, d\vec{S}) = B_n dS,$$

де $B_n = B \cos \alpha$ - проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі до площадки dS (α - кут між векторами $\vec{B}$ і $\vec{n}$);

$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ - вектор, модуль якого дорівнює dS , а напрямок збігається з напрямком $\vec{n}$ до площадки.

Потік вектора $\vec{B}$ може бути як позитивним, так і негативним залежно від знака $\cos \alpha$ (визначається вибором позитивного напрямку нормалі):

а) у випадку однорідного магнітного поля і плоскої поверхні магнітний потік

$$\hat{O} = BScos\alpha \quad \text{або} \quad \Phi = B_n S ,$$

де S – площа контуру;

α – кут між нормаллю до площини контуру і вектором магнітної індукції;

б) у випадку неоднорідного поля для довільної поверхні магнітний потік

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(інтегрування ведеться за всією поверхнею).

Повний магнітний потік через соленоїд, який називається потокозчепленням Ψ ,

$$\Psi = N\Phi = NBS = \mu_0 \frac{N^2 I}{l} S.$$

Ця формула вірна для соленоїда і тороїда з рівномірним намотуванням N витків.

У електродинаміці доводиться теорема Остроградського - Гаусса для магнітного поля:

$$\oint_S B_n dS = 0,$$

тобто означає, що в природі нема магнітних «зарядів», і лінії індукції будь-якого магнітного поля є замкненими кривими.

Робота, яку виконує сила Ампера при переміщенні в магнітному полі провідника, струм в якому постійний, дорівнює добутку сили струму на величину магнітного потоку крізь поверхню, яку описує провідник під час свого руху.

$$A = I \cdot \Delta\Phi$$

Робота, яку виконує сила Ампера при переміщенні в магнітному полі замкненого контура з постійним струмом,

$$A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} Id\Phi .$$

При зміні магнітного поля, що пронизує площу контура провідника,

у провіднику виникає електрорушійна сила - ЕРС індукції

$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Різниця потенціалів на кінцях провідника, що рухається зі швидкістю v у магнітному полі,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

де l - довжина провідника;

α - кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

Заряд, що протікає замкненим контуром при зміні магнітного потоку, який пронизує площу, охоплену цим контуром:

$$q = \Delta\Phi / R,$$

де R - опір контуру.

Виникнення електрорушійної сили індукції E_{si} внаслідок зміни струму в колі називається явищем самоіндукції.

ЕРС самоіндукції

$$E_{si} = -L \frac{dI}{dt},$$

де L - індуктивність

Індуктивність соленоїда

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

де n - відношення кількості витків соленоїда до його довжини;

V - об'єм соленоїда.

Знак «-» обумовлений правилом Ленца, показує, що наявність індуктивності в контурі приводить до сповільнення сили струму в ньому.

Явище самоіндукції найбільш яскраво проявляється у виникненні так званих екстраструмів замикання та екстраструмів розмикання в колах, що містять котушки з великою індуктивністю.

Миттєве значення сили струму в колі, що має постійні опір R , індуктивність L та ЕРС:

а) при замиканні кола

$$I = \frac{E}{R} (1 - e^{-Rt/L}),$$

де E – ЕРС джерела струму;

t – час, що пройшов після замикання кола;

б) при розмиканні кола

$$I = I_0 e^{-Rt/L},$$

де I_0 – сила струму в колі при $t=0$;

t – час, що пройшов з моменту розмикання кола.

Енергія однорідного магнітного поля в середині довгого соленоїда

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0} V,$$

де V - об'єм соленоїда.

Об'ємна густина енергії магнітного поля w (відношення енергії магнітного поля соленоїда до його об'єму):

$$w = \frac{W}{V}.$$

З врахуванням зв'язку між B і H :

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \text{ або } w = \frac{BH}{2}, \text{ або } w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

де B - магнітна індукція;

H - напруженість магнітного поля.

4.3.2 Методичні вказівки і приклади розв'язання задач

При вивченні явища електромагнітної індукції необхідно засвоїти, що механізм виникнення ЕДС індукції має електронний характер. Вивчивши основний закон електромагнітної індукції Фарадея – Максвелла, студент на його основі повинен уміти вивести й застосовувати для розрахунків формули електрорушійної сили індукції, енергії магнітного поля.

У явищах електромагнітної індукції магнітний потік через контур може змінюватись як при русі контура, або окремих його ділянок, так і при зміні в часі магнітного поля.

Електрорухома сила індукції й індукційний струм незалежно від причин, що визивають їх появу, можуть бути розрахованими за законом Фарадея $E_i = -\frac{d\Phi}{dt}$, $I_i = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$. Але аналіз задачі треба починати з виявлення причин, що визивають зміну магнітного потоку, причин виникнення напрямленого руху зарядів або їх перерозподілу. Це дозволяє знайти напрямок індукційного струму або знак Е.Р.С. індукції за допомогою правила Ленца.

Далі необхідно виявити, в якому провіднику виникає Е.Р.С. індукції. Якщо розглядається замкнений провідник, через який змінюється магнітний потік, то цей потік треба виразити як функцію часу, Тоді Е.Р.С. струм індукції знаходиться наступним диференцюванням цієї функції, при цьому напрямок струму або знак Е.Р.С. залежить від знака похідної $d\Phi/dt$. Якщо задано рух в магнітному полі окремого провідника, а не контура, то при використанні наведених формул під $d\Phi$ треба підрозумівати абсолютне значення магнітного потоку, що перетинається провідником за час dt його руху; знак Е.Д.С. належить визначати незалежно від розрахунку.

Якщо в задачі необхідно знайти різницю потенціалів на кінцях провідника, то треба мати на увазі, що шукана різниця потенціалів чисельно дорівнює Е.Р.С. в провіднику. Знайти Е.Р.С. індукції в рухомому провіднику завжди можна зазначеним методом.

Якщо замкнутий контур знаходиться в змінному магнітному полі, то, оскільки, при цьому виникає вихрове електричне поле $E_{ст}$ з замкненими силовими лініями, поняття потенціалу тут взагалі незастосовне.

Приклад 4.3.1. Плоский квадратний контур зі стороною $a=10$ см, у якому тече струм $I=100$ А, вільно установився в однорідному магнітному полі індукцією $B=1$ Тл. Визначити роботу A , здійснену зовнішніми силами при повороті контуру відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороті контура сила струму в ньому підтримується незмінною.

Розв'язання. На контур зі струмом у магнітному полі діє механічний момент

$$M = p_m B \sin \varphi. \quad (4.17)$$

За умовою задачі в початковому положенні контур вільно установився в магнітному полі. При цьому момент сил дорівнює нулю ($M=0$), а $\varphi = 0$, тобто вектори $\vec{p}_m$ $\vec{B}$ збігаються за напрямками.

Якщо зовнішні сили виведуть контур із положення рівноваги, то виникне момент сил, який буде прагнути повернути контур у вихідне положення. Проти цього моменту і буде виконуватися робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту φ), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі:

$$dA = Md\varphi.$$

Підставивши сюди вираз M за формулою (4.16) і врахувавши, що

$$p_m = IS = Ia^2,$$

де I – сила струму в контурі;

$S = a^2$ – площа контуру, одержимо:

$$dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Взявши інтеграл від цього виразу, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi. \quad (4.18)$$

1) Робота при повороті контура на кут $\varphi_1 = 90^\circ$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 (-\cos \varphi) \Big|_0^{\pi/2} = IBa^2.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю роботи (у джоулях):

$$[A] = [I][B][a^2] = A \cdot \text{Оë} \cdot (\text{ì})^2 = \text{Í} \cdot \text{ì} = \text{Äæ}.$$

Після обчислення знайдемо роботу, яку здійснюють зовнішні сили при повороті контура на кут $\pi/2$:

$$A_1 = 100 \cdot 1 \times 10^{-4} = 10^{-2} \text{ Äæ}.$$

2) При повороті контура на кут $\varphi_2 = 3^\circ$, вважаючи, що він малий, замінимо у виразі (4.18) $\sin \varphi$ на φ :

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (4.19)$$

Кут φ_2 необхідно виразити у радіанах:

$$\varphi_2 = 3^\circ = 3 \cdot 1,75 \times 10^{-2} = 0,0525 \text{ рад.}$$

Після підстановки значень I , B , a і φ_2 у формулу (4.18) одержимо:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \times 10^{-4} \cdot 0,0525^2 = 1,38 \times 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Розв'язок: $A_1 = 10 \text{ мДж}$, $A_2 = 1,37 \text{ мкДж}$.

Приклад 4.3.2. Обмотка соленоїда має один шар мідного дроту, витки якого щільно прилягають один до одного. Діаметр дроту $d = 0,2 \text{ мм}$, діаметр соленоїда $D = 5 \text{ см}$. Соленоїдом протікає струм $I_0 = 1 \text{ А}$. Визначити який заряд пройде через обмотку, якщо її кінці замкнуті накоротко.

Розв'язання. Заряд, що протікає провідником за час dt при силі струму I , визначається співвідношенням

$$dq = Idt.$$

Загальний заряд, що протікає через провідник за час t , буде дорівнювати

$$q = \int_0^t Idt. \quad (4.20)$$

Унаслідок зміни потокозчеплення при зміні сили струму в обмотці до нуля при замиканні її кінців в ній виникає е.р.с. індукції E_i . За законом Фарадея

$$\mathcal{A}_s = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (4.21)$$

Силу струму можна визначити згідно із законом Ома

$$I = \frac{E_i}{R}, \quad (4.22)$$

де R - опір обмотки соленоїда.

Підставивши в формулу (4.20) вирази (4.22) і (4.21), одержимо:

$$q = -\int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{d\psi}{R}.$$

Проінтегруємо цей вираз:

$$q = -\frac{\psi_2 - \psi_1}{R}.$$

Потокозчеплення ψ пропорційно до сили струму в соленоїді, отже

$$\psi_1 = LI_0, \quad \psi_2 = 0.$$

Тоді одержимо

$$q = \frac{LI_0}{R}. \quad (4.23)$$

Індуктивність соленоїда визначається за формулою

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} \cdot \frac{\pi D^2}{4}.$$

де $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м - магнітна постійна

l_1 - довжина соленоїда;

S_1 - площа перетину соленоїда;

D - діаметр соленоїда.

Опір обмотки соленоїда дорівнює:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

де $\rho = 1,7 \times 10^{-8}$ Ом·м - питомий опір мідного дроту;

S_1 - площа перетину дроту;

d - діаметр дроту.

Довжина дроту може бути виражена через діаметр соленоїда виразом

$$l = \pi DN,$$

де N - кількість витків соленоїда.

Тоді формулі (4.23) можна надати вигляду:

$$q = \frac{\mu_0 N^2 \pi D^2 \cdot \pi d^2}{16 l_1 \rho \cdot \pi DN} \cdot I_0 = \frac{\pi \mu_0 N D d^2}{16 \rho l_1} \cdot I_0.$$

Відношення довжини соленоїда l_1 до кількості витків N , що щільно намотані на нього, дає діаметр дроту d :

$$\frac{l_1}{N} = d.$$

Отже,

$$q = \frac{\pi \mu_0 D d}{16 \rho} \cdot I_0.$$

Підставимо числові значення і проведемо розрахунки:

$$q = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 3,14 \times 10^{-7} \cdot 5 \times 10^{-2} \cdot 2 \times 10^{-4}}{16 \cdot 1,7 \times 10^{-8}} \cdot 1 = 3,63 \times 10^{-4} (Кл).$$

Розв'язок: $q = 363 \text{ мкКл}$.

Приклад 4.3.3. У колі, схема якого зображена на рисунку 4.21, котушка має опір $R_1 = 5,0 \text{ Ом}$ й індуктивність $L = 0,34 \text{ Гн}$, а резистор $R_2 = 95 \text{ Ом}$., ЕДС батареї $E = 38 \text{ В}$. Внутрішній опір батареї нехтовно малий. Визначити силу струму в резисторі R_2 , в трьох випадках: 1) до розмикання кола; 2) в перший момент після розмикання; 3) через $0,01 \text{ с}$ після розмикання.

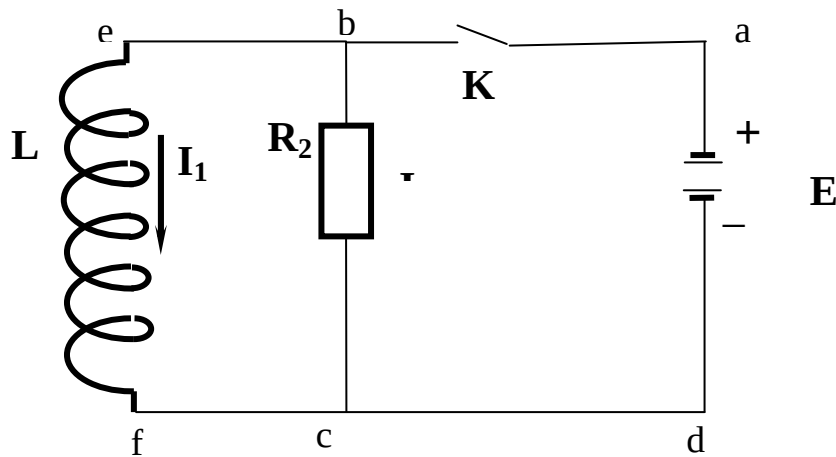


Рисунок 4.21

Розв'язання. 1) Силу постійного струму до розмикання кола знайдемо за другим правилом Кірхгофа, застосувавши його до контура $abcd$:

$$I_2 R_2 + Ir = E,$$

де I - сила струму в батареї;

r - внутрішній опір джерела струму. Оскільки величиною r можна знехтувати, то одержимо

$$I_2 = \frac{E}{R_2}.$$

2) Знайдемо силу струму I_2' в резисторі R_2 в перший момент після розмикання вимикача K . Після відключення батареї утворився один нерозгалужений контур $befcb$, в якому R_1 і R_2 з'єднані послідовно (див. рис. 4.21). Отже, в них повинен протікати однаковий струм. Якщо ділянка ef має індуктивність, то струм I_1 , що проходив до розмикання кола по цій ділянці, повинен зберегтися. Отже, оскільки індуктивність є мірою інертності струму в провіднику, то струм I_2 в резисторі R_2 практично, не маючи інертності, відразу зникне після відключення батареї і по всьому контуру $befcb$ потече струм I_1 :

$$I_2'' = I_1 = \frac{E}{R_1}.$$

3) Якщо тепер коло відключено від батареї, то струм почне спадати. Його величину I_2'' в заданий момент часу t можна визначити за формулою для зміни струму при розмиканні, де сила струму $I_0 = I_1$:

$$I_2'' = I_1 e^{-Rt/L} = I_1 e^{-(R_1+R_2)t/L}$$

Підставимо числові значення величин і виконаємо розрахунки:

$$I_2 = \frac{0,38}{95} = 0,4(A).$$

$$I_2' = \frac{38}{5,0} = 7,6(A).$$

$$I_2'' = 7,6 \cdot e^{-(5,0+95) \cdot 0,01/0,34} = 0,4(A)$$

Розв'язок: $I_2 = 0,4A$, $I_2' = 7,6A$, $I_2'' = 0,4A$.

Приклад 4.3.4. На стрижень із немагнітного матеріалу довжиною $l=50$ см намотаний в один шар провід так, що на кожен сантиметр довжини стрижня припадає 20 витків. Визначити енергію W магнітного поля всередині соленоїда, якщо сила струму I в обмотці дорівнює $0,5$ А. Площа перетину стрижня дорівнює $S=2$ см².

Розв'язання. Енергія магнітного поля соленоїда з індуктивністю L , обмоткою якого проходить струм I , виражається формулою

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (4.24)$$

Індуктивність соленоїда у випадку немагнітного сердечника залежить тільки від кількості витків на одиницю довжини і від об'єму V сердечника:

$$L = \mu_0 n^2 V,$$

де μ_0 – магнітна постійна.

Підставивши вираз індуктивності L у формулу (4.23), одержимо:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V I^2.$$

Урахувавши, що $V = lS$, запишемо:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 S l. \quad (4.25)$$

Для обчислення всі задані величини виразимо в системі СІ і підставимо у формулу (4.25):

$$W = \frac{1}{2} \cdot 12,56 \times 10^{-7} \cdot 2000^2 \cdot 0,5^2 \cdot 2 \times 10^{-4} \cdot 0,5 = 1,28 \times 10^{-8} \text{ (Дж)}.$$

$$W = 126 \text{ мкДж}.$$

Розв'язок: $W = 126 \text{ мкДж}.$

4.3.3 Задачі для закріплення теоретичного матеріалу та навичок розв'язання

4.3.1 Плоский контур площею $S = 20 \text{ см}^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,03 \text{ Тл}$). Визначити магнітний потік Φ , що пронизує контур, якщо площа його становить кут $\varphi = 60^\circ$ з напрямком ліній індукції.

4.3.2 Магнітний потік Φ крізь перетин соленоїда дорівнює 50 мкВб . Довжина соленоїда $l = 50 \text{ см}$. Знайти магнітний момент p_m соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

4.3.3 У середній частині соленоїда, що містить $n = 8$ витків/см, поміщений круговий виток діаметром $d = 4 \text{ см}$. Площина витка

розташована під кутом $\varphi = 60^\circ$ до осі соленоїда. Визначити магнітний потік Φ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм $I=1$ А.

4.3.4 На довгий картонний каркас діаметром $d = 5$ см намотана одношарова обмотка (виток до витка) із дроту діаметром $d = 0,2$ мм. Визначити магнітний потік Φ , створений таким соленоїдом при силі струму $I = 0,5$ А.

4.3.5 Квадратний контур зі стороною $a = 10$ см, у якому тече струм $I = 6$ А, знаходиться в магнітному полі ($B = 0,3$ Тл) під кутом $\alpha = 50^\circ$ до ліній індукції. Яку роботу A потрібно виконати, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму на коло?

4.3.6 Плоский контур зі струмом $I = 5$ А вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B = 0,1$ Тл). Площа контуру $S = 200$ см². Підтримуючи струм у контурі незмінним, його повернули відносно осі, що лежить у площині контуру, на кут $\alpha = 30^\circ$. Визначити виконану при цьому роботу A .

4.3.7 Виток, у якому підтримується постійна сила струму $I=60$ А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B = 20$ мТл). Діаметр витка $d = 10$ см. Яку роботу A потрібно виконати для того, щоб повернути виток відносно осі, що збігається з діаметром, на кут $\alpha = \pi/3$?

4.3.8 В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції розташований плоский контур, площа якого $S = 100$ см². Підтримуючи в контурі постійну силу струму $I = 50$ А, його перемістили з поля в область простору, де поле відсутнє. Визначити магнітну індукцію B поля, якщо при переміщенні контуру була виконана робота $A = 0,2$ Дж.

4.3.9 Визначити магнітний потік Φ , що пронизує соленоїд, довжина якого $l = 50$ см і магнітний момент $p_m = 0,8$ А м².

4.3.10 Плоский контур зі струмом $I = 50$ А розташований в однорідному магнітному полі ($B = 0,6$ Тл) так, що нормаль до контуру перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити роботу, виконану силами поля при повільному повороті контуру навколо осі, що лежить у площині контуру, на кут $\alpha = 30^\circ$.

4.3.11 В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,5$ Тл рухається рівномірно провідник довжиною $l = 10$ см. По провіднику тече струм $I = 2$ А. Швидкість руху провідника $v = 20$ см/с. Знайти роботу переміщення провідника за час $t = 10$ с і витрачену на це переміщення потужність.

4.3.12 Соленоїд містить $N = 800$ витків. Перетин сердечника (з немагнітного матеріалу) $S = 10$ см². По обмотці тече струм, що створює поле з індукцією $B = 3$ мТл. Визначити середнє значення ЕРС ($\mathcal{E}_s$) самоіндукції, що виникає на кінцях соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час $\Delta t = 0,8$ мс.

4.3.13 В однорідному магнітному полі ($B = 0,1$ Тл) рівномірно із частотою $n = 5$ с⁻¹ обертається стрижень довжиною $l = 50$ см так, що

площина його обертання перпендикулярна лініям напруженості, а вісь обертання проходить через його середину. Визначити на кінцях стрижня різницю потенціалів U .

4.3.14 У дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, вставили прямий магніт. При цьому кільцем пройшов заряд $Q = 50$ мкКл. Визначити зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$ через кільце, якщо опір кола і гальванометра $R = 10$ Ом.

4.3.15 Тонкий мідний провідник масою $m = 5$ г зігнутий у вигляді квадрата, і кінці його зімкнені. Квадрат поміщений в однорідне магнітне поле ($B = 0,1$ Тл) так, що його площина перпендикулярна лініям поля. Визначити заряд Q , що потече через провідник, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути в лінію.

4.3.16 Рамка із провідника опором $R = 0,01$ Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B = 0,6$ Тл). Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції. Площа рамки $S = 200$ см². Визначити заряд Q , що потече по рамці при зміні кута між нормаллю до рамки і лініями індукції: 1) від 0 до 45° ; 2) від 45° до 90° .

4.3.17 Дротяний виток діаметром $D = 5$ см і опором $R = 0,02$ Ом знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,1$ Тл). Площина витка становить кут $\varphi = 40^\circ$ з лініями індукції. Який заряд Q протече через виток при вимиканні магнітного поля?

4.3.18 Рамка, що містить $N = 200$ витків тонкого проводу, може вільно обертатися відносно осі, що лежить у площині рамки. Площа рамки $S = 50$ см². Вісь рамки перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,05$ Тл). Визначити максимальну Е.Р.С. $\mathcal{E}_{max}$, що індуктується в рамці при її обертанні з частотою $n = 10$ с⁻¹.

4.3.19 Прямий провідний стрижень довжиною $l = 10$ см знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,1$ Тл). Кінці стрижня замкнені гнучким провідником, що знаходиться поза полем. Опір усього кола $R = 0,5$ Ом. Яка потужність P буде потрібна для рівномірного переміщення стрижня перпендикулярно до ліній магнітної індукції зі швидкістю $v = 10$ м/с?

4.3.20 Дротяний контур площею $S = 500$ см² і опором $R = 0,1$ Ом рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B = 0,5$ Тл). Вісь обертання лежить у площині кільця і перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити максимальну потужність P_{max} , необхідну для обертання контуру з кутовою швидкістю $\omega = 50$ рад/с.

4.3.21 Кільце з мідного проводу масою $m = 10$ г поміщене в однорідне магнітне поле ($B = 0,5$ Тл) так, що площина кільця становить кут $\beta = 60^\circ$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд Q , що пройде по кільцю, якщо зняти магнітне поле.

4.3.22 Соленоїд перерізом $S = 10$ см² містить $N = 10^3$ витків. При силі струму $I = 5$ А магнітна індукція B поля усередині соленоїда дорівнює

0,05 Тл. Визначити індуктивність L соленоїда.

4.3.23 На картонний каркас довжиною $l = 0,8$ м і діаметром $D = 4$ см намотаний в один шар провід діаметром $d = 0,25$ мм так, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність L соленоїда.

4.3.24 Котушка, намотана на немагнітний циліндричний каркас, має $N = 250$ витків та індуктивність $L_1 = 36$ мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки до $L_2 = 100$ мГн, обмотку котушки зняли і замінили обмоткою з тонкішого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилася колишньою. Скільки витків виявилось в котушці після перемотування?

4.3.25 Індуктивність L соленоїда, намотаного в один шар на немагнітний каркас, дорівнює $0,5$ мГн. довжина l соленоїда дорівнює $0,6$ м, діаметр $D = 2$ см. Визначити відношення кількості витків соленоїда до його довжини.

4.3.26 По котушці індуктивністю $L = 8$ мГн тече струм $I = 6$ А. Визначити середнє значення ЕРС $\langle \mathcal{E}_s \rangle$ самоіндукції, що виникає в контурі, якщо сила струму зміниться практично до нуля за час $\Delta t = 5$ мс.

4.3.27 В електричному колі, що містить резистор опором $R = 20$ Ом і котушку індуктивністю $L = 0,06$ Гн, тече струм $I = 20$ А. Визначити силу струму I у колі через $\Delta t = 0,2$ мс після її розмикання.

4.3.28 Коло складається з котушки індуктивністю $L = 0,1$ Гн і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи кола. Час, через який сила струму зменшиться до $0,001$ первісного значення, дорівнює $t = 0,07$ с. Визначити опір котушки.

4.3.29 Джерело струму замкнули на котушку опором $R = 10$ Ом і індуктивністю $L = 0,2$ Гн. Через який час сила струму в колі досягне 50% максимального значення?

4.3.30 Джерело струму замкнули на котушку опором $R = 20$ Ом. Через час $t = 0,1$ мс сила струму I у котушці досягла $0,95$ граничного значення. Визначити індуктивність L котушки.

4.3.31 Сила струму I в обмотці соленоїда, що містить $N = 1500$ витків, дорівнює 5 А. Магнітний потік Φ через поперечний переріз соленоїда становить 200 мкВб. Визначити енергію магнітного поля в соленоїді.

4.3.32 Обмотка електромагніта, перебуваючи під постійною напругою, має опір $R = 15$ Ом й індуктивність $L = 0,3$ Гн. Визначити час, за який в обмотці виділиться така ж кількість теплоти, що і енергія магнітного поля в сердечнику.

4.3.33 Соленоїд без сердечника з одношаровою обмоткою із дроту діаметром $d = 0,5$ мм має довжину $l = 0,1$ м і поперечний переріз $S = 50$ см². Який струм тече по обмотці при напрузі $U = 10$ В, якщо за час $t = 0,5$ мс в обмотці виділяється кількість теплоти, рівна енергії поля усередині соленоїда? Поле вважати однорідним.

4.3.34 Індуктивність соленоїда L при довжині $l = 1$ м і площі поперечного перерізу $S = 20$ см² дорівнює 0,1 мГн. Визначити силу струму в соленоїді, при якій об'ємна густина енергії w магнітного поля усередині соленоїда дорівнює 0,1 Дж/м³.

4.3.35 Однопластова обмотка довгого соленоїда індуктивністю L виготовлена з $N = 700$ витків дроту діаметром d , намотаної на циліндричний каркас діаметром $D = 3,6$ см. Знайти індуктивність обмотки і діаметр дроту, якщо по обмотці проходить струм $I = 0,1$ А, а об'ємна густина енергії магнітного поля, зосередженого усередині соленоїда, дорівнює 28,3 мДж/м³.

4.3.36 По обмотці тороїда тече струм $I = 0,6$ А. Витки провідника діаметром $d = 0,4$ мм щільно прилягають один до одного (товщиною ізоляції зневажити). Знайти енергію W магнітного поля в сталевому сердечнику, якщо його площа перетину $S = 4$ см², діаметр середньої лінії $D = 30$ см.

4.3.37 Обмотка тороїда містить $N=10$ витків на кожний сантиметр довжини. Сердечник немагнітний. При якій силі струму густина енергії магнітного поля $w = 1$ Дж/м³?

4.3.38 Яка енергія магнітного поля зосереджена в довгому соленоїді індуктивністю $L = 1,36 \times 10^{-4}$ Гн, якщо він має $N = 800$ витків проводу діаметром $d = 0,3$ мм, намотаного на циліндричний каркас діаметром $D = 5,6$ см? По обмотці проходить струм $I = 1,5$ А.

4.3.4 Контрольні питання

- 1 Як зв'язана напруженість магнітного поля з індукцією магнітного поля в речовині?
- 2 Що називається абсолютною і відносною магнітними проникностями магнетика?
- 3 Як зв'язана відносна магнітна проникність речовини з його магнітною сприйнятливістю?
- 4 За якими параметрами розрізняють типи магнетиків?
- 5 Сформулюйте закон повного струму для магнітного поля в речовині.
- 6 Який зв'язок існує: а) між нормальними складовими індукції магнітного поля; б) нормальними складовими напруженостями магнітного поля на межі розділу двох магнетиків?
- 7 У чому полягає явище електромагнітної індукції?
- 8 Сформулюйте закон електромагнітної індукції.
- 9 Сформулюйте закон Ленца.
- 10 У якому випадку Е.Р.С індукції буде максимальною?
- 11 При якому положенні контура його обертання не призводить до зміни магнітного потоку, що пронизує контур?

- 12 Що називається потокозчепленням?
- 13 У скільки разів Е.Р.С індукції в рамці, що має N витків, відрізняється від Е.Р.С індукції в контурі такої площі, але з одним витком ?
- 14 У чому полягає явище самоіндукції?
- 15 Чому дорівнює Е.Р.С самоіндукції?
- 16 Що називається індуктивністю?
- 17 У яких одиницях вимірюється індуктивність?
- 18 У яких випадках індуктивність соленоїда залишається сталою ?
- 19 Коли індуктивність залежить від сили струму в обмотці соленоїда?
- 20 За яким законом спадає струм при розмиканні кола ?
- 21 Що називають часом релаксації ?
- 22 Згідно з яким законом зростає струм при замиканні кола?
- 23 Чому струм при замиканні і розмиканні кола змінюється не миттєво, а поступово?
- 24 Чому дорівнює енергія контура зі струмом?
- 25 Як визначити енергію кількох зв'язаних між собою контурів?
- 26 Що таке об'ємна густина енергії ?
- 27 Як визначити об'ємну густину енергії?
- 28 Що лежить в основі теорії Максвелла для електромагнітного поля?
- 29 Що називається струмом зміщення ?
- 30 Як визначити величину струму зміщення?
- 31 Запишіть рівняння Максвелла і поясніть їх.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. школа, 2003. – 541 с. - ISBN 5-06-003634-0.
- 2 **Савельев, И. В.** Курс общей физики / И. В. Савельев. - М., 1982. –
Т. 1. - М., 1982. – 432 с.
Т. 2. - М., 1982. – 496 с.
Т. 3. - М., 1982. – 304 с
- 3 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учебное пособие для студ. вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 2-е изд., испр. - М. : Высш. школа, 1999. – 718 с. : іл. -- ISBN 5-06-003556-5.
- 4 **Бушок, Г. Ф.** Курс фізики / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – К. : Либідь, 2001. – Кн. 1. – 448 с. – ISBN 966-060084-4.
- 5 **Бушок, Г. Ф.** Курс фізики / Г. Ф. Бушок, Е. Ф. Венгер. – К. : Либідь, 2001. – Кн. 2. – 424 с. – ISBN 960-06-0029-1.
- 6 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики : для студ. техн. вузов / В. С. Волькенштейн. - изд. доп. и перераб. – СПб. : Специальная литература ; Лань, 1999. – 328 с. - ISBN 5-8114-0199-X.
- 7 Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша [та ін.]; за заг. ред. І. П. Гаркуші. - 2-е вид., стер. - К. : Техніка, 2004. -560 с. - ISBN 966-575-6.
- 8 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по курсу физики : для студ. техн. вузов / В. С. Волькенштейн. - 3-е изд., испр. и доп. – СПб. : Книжный мир, 2003. – 327 с. - ISBN 5-86457-2357-7.
- 9 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учебное пособие для студ. вузов / А. Г. Чертов. – 6-е изд., испр. – М. : Прес-интеграл, 1997. – 544 с. – ISBN 5-89602-001-5.
- 10 **Фирганг, Е. В.** Руководство к решению. задач по курсу общей физики / Е. В. Фирганг. - М. : Высш. школа, 1977. – 357 с.
- 11 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский. – М. : 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014508-4.

Додаток А

ТАБЛИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Таблиця А.1 – Основні фізичні постійні

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с ²
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова постійна	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постійна Больцмана	k	$1,38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \times 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \times 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \times 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постійна Віна	b	$2,90 \times 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постійна Планка	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar$	$1,05 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постійна Рідберга	R	$1,10 \times 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a_0	$0,529 \times 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі	λ_c	$2,43 \times 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \times 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \times 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 eВ)
Атомна одиниця маси	$a.o.m.$	$1,660 \times 10^{-27} \text{ кг}$
Електрична постійна	ϵ_0	$8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Таблиця А.2 – Деякі астрономічні величини

Найменування	Значення
Радіус Землі	$6,37 \times 10^6$ м
Маса Землі	$5,98 \times 10^{24}$ кг
Радіус Сонця	$6,95 \times 10^8$ м
Маса Сонця	$1,98 \times 10^{30}$ кг
Радіус Місяця	$1,74 \times 10^6$ м
Маса Місяця	$7,33 \times 10^{22}$ кг
Відстань від центра Землі К до центра Сонця	$1,49 \times 10^{11}$ м
Відстань від центра Землі К до центра Місяця	$3,84 \times 10^8$ м

Таблиця А.3 – Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м ³	Тверде тіло	Густина, кг/м ³
Алюміній	$2,70 \times 10^3$	Мідь	$8,93 \times 10^3$
Барій	$3,50 \times 10^3$	Нікель	$8,90 \times 10^3$
Ванадій	$6,02 \times 10^3$	Свинець	$11,3 \times 10^3$
Вісмут	$9,80 \times 10^3$	Срібло	$10,5 \times 10^3$
Залізо	$7,88 \times 10^3$	Цезій	$1,90 \times 10^3$
Літій	$0,53 \times 10^3$	Цинк	$7,15 \times 10^3$

Таблиця А.4 – Густина рідин

Рідина	Густина, кг/м ³	Рідина	Густина, кг/м ³
Вода (при 4°C)	$1,00 \times 10^3$	Сірковуглець	$1,26 \times 10^3$
Гліцерин	$1,26 \times 10^3$	Спирт	$0,80 \times 10^3$
Ртуть	$13,6 \times 10^3$	Масло	$0,9 \times 10^3$

Таблиця А.5 – Густина газів (за нормальних умов)

Газ	Густина, кг/м ³	Газ	Густина, кг/м ³
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

Таблиця А.6 – Коефіцієнт поверхневого натягу рідин

Рідина	Коефіцієнт, мН/м	Рідина	Коефіцієнт, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мильна піна	40	Спирт	22

Таблиця А.7 – Ефективний діаметр молекул газу

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	$3,8 \times 10^{-10}$	Водень	$2,3 \times 10^{-10}$
Аргон	$3,5 \times 10^{-10}$	Гелій	$1,9 \times 10^{-10}$
Повітря	$2,8 \times 10^{-10}$	Кисень	$2,7 \times 10^{-10}$

Таблиця А.8 – Діелектрична проникність речовини

Речовина	Проникність	Речовина	Проникність
Вода	81	Парафін	2,0
Масло транс-форматорное	2,2	Стекло	7,0

Таблиця А.9 – Питомий опір металів

Метал	Питомий опір, Ом·м	Метал	Питомий опір, Ом·м
Алюміній	$2,5 \times 10^{-8}$	Вольфрам	$5,5 \times 10^{-8}$
Залізо	$9,8 \times 10^{-8}$	Ніхром	$1,1 \times 10^{-8}$
Мідь	$1,7 \times 10^{-8}$	Срібло	$1,6 \times 10^{-8}$

Таблиця А.10 – Енергія іонізації атомів речовини

Речовина	E_i , Дж	E_i , eV
Водень	$2,18 \times 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3,94 \times 10^{-18}$	24,6
Літій	$1,21 \times 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \times 10^{-18}$	10,4

Таблиця А.11 – Рухливість іонів у газах, $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

Газ	Позитивні іони	Негативні іони
Азот	$1,27 \times 10^{-4}$	$1,81 \times 10^{-4}$
Водень	$5,4 \times 10^{-4}$	$7,4 \times 10^{-4}$
Повітря	$1,4 \times 10^{-4}$	$1,9 \times 10^{-4}$

Таблиця А.12 – Показник заломлення речовини

Речовина	Показник	Речовина	Показник
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,52
Гліцерин	1,47	Кварц	1,55

Таблиця А.13 – Робота виходу електронів з металів

Метал	A , Дж	A , еВ
Калій	$3,5 \times 10^{-19}$	2,2
Літій	$3,7 \times 10^{-19}$	2,3
Платина	10×10^{-19}	6,3
Рубідій	$3,4 \times 10^{-19}$	2,1
Срібло	$7,5 \times 10^{-19}$	4,7
Цезій	$3,2 \times 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \times 10^{-19}$	4,0

Таблиця А.14 – Маса і енергія спокою деяких частинок

Частка	m_o		E_o	
	кг	а. о.м.	Дж	MeV
Електрон	$9,11 \times 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \times 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \times 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \times 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \times 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \times 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \times 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \times 10^{-10}$	1876
α -частка	$6,64 \times 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \times 10^{-10}$	3733

Таблиця А. 15 – Відносні атомні маси (округлені значення) A_r і порядкові номери Z деяких елементів

Елемент	Символ	A_r	Z	Елемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганець	Mn	55	25
Алюміній	Al	27	13	Мідь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молібден	Mo	96	42
Барій	Ba	137	56	Натрій	Na	23	11
Ванадій	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водень	H	1	1	Нікель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сірка	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Вуглець	C	12	6
Кисень	O	16	8	Уран	и	238	92
Магній	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблиця А.16 – Маса атомів легких ізотопів

Ізотоп	Символ	Маса, а.е.м.	Ізотоп	Символ	Маса, а.е.м.
Нейтрон	${}_0^1n$	1,00867	Берилій	${}_4^7\text{Be}$	7,01693
				${}_4^9\text{Be}$	9,01219
Водень	${}_1^1\text{H}$	1,00783	Бор	${}_5^{10}\text{B}$	10,01294
	${}_1^2\text{H}$	2,01410		${}_5^{11}\text{B}$	11,00930
	${}_1^3\text{H}$	3,01605			
Гелій	${}_2^3\text{He}$	3,01603	Вуглець	${}_6^{12}\text{C}$	12,00000
	${}_2^4\text{He}$	4,00260		${}_6^{13}\text{C}$	13,00335
				${}_6^{14}\text{C}$	14,00324
Літій	${}_3^6\text{Li}$	6,01513	Азот	${}_7^{14}\text{N}$	14,00307
	${}_3^7\text{Li}$	7,01601			
			Кисень	${}_8^{16}\text{O}$	15,99491
				${}_8^{17}\text{O}$	16,99913

Таблиця А.17 – Періоди напіврозпаду радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Символ	Період напіврозпаду
Актиній	${}_{89}^{222}\text{Ac}$	10 діб
Иод	${}_{53}^{131}\text{I}$	8 діб
Магній	${}_{12}^{27}\text{Mg}$	10 хв.
Радій	${}_{88}^{226}\text{Ra}$	1620 років
Радон	${}_{86}^{222}\text{Rn}$	3,8 діб
Стронцій	${}_{38}^{90}\text{Sr}$	27 років
Фосфор	${}_{15}^{32}\text{P}$	14,3 діб
Церій	${}_{58}^{144}\text{Ce}$	285 діб
Іридій	${}_{53}^{131}\text{Ir}$	74 діб

Таблиця А.18 – Маса й енергія спокою деяких частинок

Частка	m_o		E_o	
	кг	а.о.м.	Дж	МеВ
Електрон	$9,11 \times 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \times 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \times 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \times 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \times 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \times 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \times 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \times 10^{-10}$	1876
α -частка	$6,64 \times 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \times 10^{-10}$	3733

Таблиця А.19 – Множники і приставки для утворення десяткових кратних і дольних одиниць і їх найменування

Префікс		Множник	Префікс		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
екса	Е	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	к	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	д	10^1	атто	а	10^{-18}

Навчальне видання

СОЛОМІНА Вадим Вікторович
ПЕТУХОВ Вікторія Федорівна

Фізика. Електрика. Магнетизм

**Навчальний посібник
до практичних занять та самостійної роботи**

Редактор І. І. Дьякова

Комп'ютерна верстка О. С. Орда

121/2009. Підп. до друку Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Ум. друк. арк. Обл.-вид. арк.
Тираж прим. Зам. №

Видавець і виготівник

«Донбаська державна машинобудівна академія»

84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
серія ДК № 1633 від 24.12.2003